



Тематический выпуск

СОДЕРЖАНИЕ

К читателям ( <i>обращение главного редактора</i> ).....	4
<b>Статьи</b>	
<i>Дивинский Б.В., Косьян Р.Д., Куклев С.Б.</i> Параметры ветрового волнения на защищенных акваториях .....	5
<i>Кантарджи И.Г.</i> Воздействия на водную среду при строительстве морских портов и сооружений на шельфе .....	17
<i>Пелиновский Е.Н., Шургалина Е.Г.</i> Аномальное усиление волны вблизи вертикальной преграды .....	29
<i>Камынин Е.Ю., Максимов В.В., Нуднер И.С., Семёнов К.К., Хакимзянов Г.С.</i> Исследование взаимодействия уединенной волны с частично погруженным сооружением .....	39
<i>Диденкулова И.И., Сергеева А.В., Пелиновский Е.Н., Гурбатов С.Н.</i> Статистические оценки характеристик наката длинных волн на берег .....	55
<i>Хабахпашева Т.И., Коробкин А.А.</i> Импульсивное воздействие обрушающихся волн на упругие береговые сооружения .....	64
<i>Леонтьев И.О.</i> Динамика профиля песчаного берега на различных масштабах времени .....	78
<i>Соомере Т., Зайцева-Пярнасте И., Рямяет А., Куренной Д.</i> О пространственно-временной изменчивости полей волнения Финского залива .....	90
<i>Гагошидзе Ш.Н.</i> К оценке воздействия вдольбереговых волн на береговые откосы открытых морских и речных каналов .....	102
<b>Рецензия на книгу</b>	
Холодова С.Е., Перегудин С.И. Моделирование и анализ течений и волн в жидких и сыпучих средах .....	114
<b>Конференции</b>	
Информация о предстоящих (международных) конференциях по гидрофизике в 2011 г. ....	115
<b>Поздравляем!</b> .....	117
<b>Хроника</b> .....	120
Тематический указатель 2008–2010 гг. ....	122
Авторский указатель за 2008–2010 гг. ....	126
Правила представления материалов в редакцию.....	127

# CONTENTS

## Articles

- Divinsky B.V., Kosyan R.D., Kuklev S.B.* Parameters of Wind Waves on the Protected Water Areas ..... 5

In the paper some aspects of mathematical modeling of wave and hydrodynamic regime at protected water areas are considered, examples of the dangerous hydrodynamic phenomena research (broken water, harbor seiche, resonant characteristics of harbor) are given. Recommendations of various wave and hydrodynamic models applicability for the decision of assigned tasks are given.

**Key words:** mathematical simulation, protected areas, wave climat, harbor seiche.

- Kantarzhi I.G.* Impacts onto the Water Environment of the Sea Ports and Continental Shelf Structures Construction ..... 17

The experience of development and environmental expert review of the sea hydro technical projects has been generalized. Construction and operation of the sea ports, as well as continental shelf structures may cause the significant impact onto sea water environment. The modern method of coastal processes modeling and the modern construction technologies can help in assessment of the environmental effects and to minimize these effects. The separation of the global project into stages may be applied if the environmental impact assessment is possible, only.

**Key words:** sea ports, continental shelf structures, construction and operation, design, environmental impact, impact assessment, expert review.

- Pelinovsky E.N., Shurgalina E.G.* Abnormal Intensification of a Wave near a Vertical Barrier ..... 29

One of the possible mechanisms of freak-waves emergence near a vertical barrier, based on the dispersive focusing of unidirectional wave packets is analyzed. This mechanism is associated with the frequency dispersion of water waves and manifested in the interference of many spectral components, moving with different group velocities. Formation of a single freak wave in a random wind wave field is considered in the frame of linear theory. The characteristic lifetime of an abnormal wave in the framework of this mechanism for typical conditions is approximately two minutes, thus such a rapid effect is difficult to predict and prepare for. A rogue wave quickly changes its shape from a high ridge to a deep depression.

**Key words:** water waves, wind waves, freak waves, dispersive focusing.

- Kamynin E.Yu., Maximov V.V., Nudner I.S., Semenov K.K., Khakimzyanov G.S.* Study of Interaction of the Solitary Wave with a Partially Submerged Stationary Construction ..... 39

The results of laboratory experiments and numerical modeling of the interaction of a solitary wave and a fixed partially submerged body of rectangular shape, located on a flat slope are presented. Carried out research allowed to determine the magnitude run-up on the body and the wave pressure on it, depending on the oncoming wave amplitude, the body length and its immersion, the angle of the slope.

**Key words:** solitary wave; partially submerged structure; run-up; pressure; laboratory experiment; numerical simulation; results.

- Didenkulova I.I., Sergeeva A.V., Pelinovsky E.N., Gurbatov S.N.* Statistical Estimates of Characteristics of Long Wave Run-up on a Beach ..... 55

The run-up of irregular long sea waves on a beach of a constant slope is studied in the framework of nonlinear shallow water theory. It is shown that the problem nonlinearity does not influence on statistical moments of the velocity of the moving shoreline, but affects statistical moments of the displacement. In particular, for weak-amplitude waves it is demonstrated that the wave run-up process has a longer duration as compared to the duration of the wave run-down process, even if the incident wave field represents Gaussian stationary

process with a zero mean. The probability of wave breaking during the process of wave run-up is calculated and conditions of the model validity are discussed.

**Key words:** long waves, run-up, statistical moments, probability distributions.

*Khabakhpasheva T.I., Korobkin A.A.* Impulsive Interaction of Breaking Waves with Flexible Coastal Structures ..... 64

The problem of impact of a water wave with flat front onto an elastic vertical plate which models the surface of a coastal structure is studied. The liquid is assumed weakly-compressible; the liquid flow is described within acoustic approximation. The deflection of the plate and its vibrations caused by impact are described by a linear theory of thin isotropic plates without accounting for shear stresses. The hydrodynamic and structural parts of the problem are coupled by both dynamic and kinematic conditions imposed on the wetted part of the structure. The problem is solved by the normal mode method. By using integral transforms the problem is reduced to a system of differential and integral equations which are numerically solved. Phenomena caused by the structural damping and liquid compressibility are investigated. It is shown that the structural damping affects the global evolution of the plate behavior; however, maximum deflection and maximum bending stress can be determined without account for structural damping. New combined model of violent wave impact is proposed. Within this model only the early stage of impact is described with taking the liquid compressibility into account, the later stage is simulated by using the model of incompressible liquid.

**Key words:** breaking wave, elastic plate, wave impact, compressible liquid, structural damping, bending stresses, combined model.

*Leont'yev I.O.* Shoreface profile dynamics in different time scales ..... 78

Dynamics of the sea coast is characterized by both the short-term changes and the long-term trends manifested in the time scales of decades, centuries and milleniums. When modeling the short-term storm-induced deformations the process-based models turn out to be most successful as those simulate the suite of primary mechanisms responsible for sediment transport and bed deformations. Presented model CROSS-P is applicable to calculate the storm-induced deformations on sandy coasts of the seas, large lakes and water stores. To analyse the long-term coastal evolution the model SPELT is suggested determining the position and form of the profile depending on changes in sea level and imbalance of sediment budget.

**Key words:** coastal profile modeling, erosion, accumulation, storm-induced deformations, erosion, coastal evolution, sediment budget.

*Soomere T., Zaitseva-Pärnaste I., Räämet A., Kurennoy D.* Spatio-temporal variations of wave fields in the Gulf of Finland ..... 90

We analyse the main properties of wave fields in the Gulf of Finland and their spatial and long-term variations based on visual wave observations performed since 1954 at two locations on the southern coast of the gulf and high-resolution simulations of wave fields for the entire Baltic Sea for 1970-2007. Shown is that both long-term average and maximum wave heights in the gulf are about a half for those in the Baltic Proper. The average wave heights have insignificantly changed in the gulf since the 1970s whereas the extreme wave heights have considerably increased in the northern and in the northeastern sections of the gulf. A probable reason for the changes is the enhancement of south-western winds over the last 40 years.

**Key words:** wind waves, wave measurements, wave modelling, wave climate, Baltic Sea, Gulf of Finland.

*Gagoshidze Sh.N.* To the Estimation of the Action of Longitudinal Waves on the Bank Slopes of the Open Sea and River Channels ..... 102

One of the most characteristic properties of longitudinal waves is the growth of their height near the bank line. This property is especially observed in short longitudinal, the mathematical description of which in terms of mathematical approximation was for the first time given by Stokes. In the present paper, Stokes' solution generalized to the case of a stationary longitudinal flow is used to estimate the static stability and deformation of the sea shore slope or of the deep sea and river channel slopes. The stability of shore slopes of a shallow sea or trapezoidal or triangular channels, which have cross-section dimension commensurable with the longitudinal wave length is estimated on the basis of an approximate solution of three-dimensional wave equations by the Galerkin-Kantorovich method. This solution, while preserving the three-dimensional structure of waves over the bank slope, leads to the results which can be easily used in engineering design.

**Key words:** longitudinal waves, flow, channel depth, bank deformation.

УДК 551.46

© *И.И. Диденкулова*<sup>1,2</sup>, *А.В. Сергеева*<sup>1</sup>, *Е.Н. Пелиновский*<sup>1</sup>, *С.Н. Гурбатов*<sup>3</sup><sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород<sup>2</sup>Институт кибернетики, Таллин, Эстония<sup>3</sup>Нижегородский государственный университет

dii@hydro.appl.sci-nnov.ru

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК НАКАТА ДЛИННЫХ ВОЛН НА БЕРЕГ

Рассмотрены статистические моменты характеристик наката нерегулярных длинных морских волн на берег постоянного уклона в рамках нелинейной теории мелкой воды. Показано, что нелинейность в накатывающейся волне не влияет на статистические моменты распределения скорости движения уреза, но сказывается на моментах смещения подвижного уреза. В частности, для волн небольшой амплитуды демонстрируется, что накат волн на берег более продолжителен по времени по сравнению с откатом, даже если падающая волна представляет собой гауссов стационарный процесс с нулевым средним. Вычислена вероятность обрушения волн при накате и обсуждаются пределы применимости полученных формул.

Ключевые слова: длинные волны, накат, статистические моменты, функция распределения.

Расчеты наката морских волн на берег необходимы для оценки зоны затопления побережья и воздействия на портовые и береговые сооружения. Особенно разрушительными оказываются длинные волны (цунами, штормовые нагоны), проникающие далеко на побережье. Для описания процесса наката длинных волн на берег основной моделью является нелинейная теория мелкой воды и ее дисперсионные обобщения. Обзор аналитических и численных решений, описывающих характеристики процесса наката, представлен в [1–4]. Во всех рассмотренных случаях падающая волна представляла собой одиночную волну (солитон, гауссов или лоренцев импульс) или строго периодическую волну, то есть являлась детерминированной. Между тем реальные записи длинных волн во время цунами и штормов свидетельствуют о сложной структуре колебаний уровня моря, обусловленной процессами рассеяния от подводного донного рельефа. Так, первая волна во время прихода цунами зачастую не является максимальной, а опасные волны приходят несколько часов спустя, в то время как продолжительность полной записи может составлять сутки и более. Этот эффект наблюдался как во время катастрофического цунами 2004 г. в Индийском океане [5], так и во время глобального цунами Кракатау в 1883 г. [6]. Таким образом, в задачах наката волн на берег приходится иметь дело с нерегулярным волнением, для описания которого применимы статистические методы.

Анализ наката нерегулярных длинных волн на плоский берег в рамках нелинейной теории мелкой воды проводился недавно в работах [7, 8]. Этот анализ опирался на то важное свойство (строго следующее из аналитических решений) что нелинейность не влияет на экстремальные характеристики наката (максимальная высота подъема уровня воды, максимальная глубина отката воды от берега, экстремальные скорости наката), и статистические распределения этих величин могут быть рассчитаны в рамках более простой линейной теории мелкой воды. Ниже мы более подробно исследуем статистические характеристики подвижного уреза и покажем, что нелинейность волн вблизи берега

приводит к существенным отличиям от гауссовых распределений, сохраняя справедливыми прежние «линейные» выводы о распределениях экстремальных характеристик.

Нелинейные уравнения мелкой воды допускают строгое аналитическое решение только в случае берегового откоса постоянного уклона, и именно этот случай и рассматривается далее. При этом наиболее важным представляется изучение динамики подвижного уреза, определяющей характер воздействия морских волн на побережье.

В рамках данной аналитической нелинейной теории показано [1, 2, 9], что рассчитать характеристики подвижного уреза можно в два этапа. *На первом этапе* решается линейное волновое уравнение с граничными условиями, соответствующими подходящей волне далеко от берега, и находится функция  $R(t)$ , описывающая вертикальные смещения уровня воды на «невозмущенном» урезе (обозначим эту точку  $x = 0$ ). Из линейной теории также легко находится и горизонтальная скорость воды на «невозмущенном» урезе:  $U(t) = (\alpha)^{-1}(dR/dt)$ , где  $\alpha$  – тангенс уклона берегового откоса (геометрия задачи показана на рис. 1).

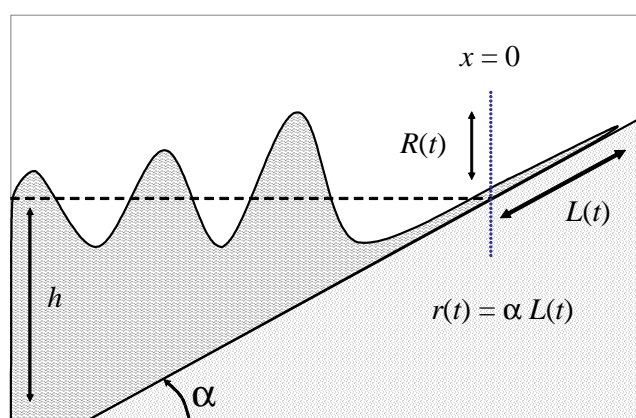


Рис. 1. Геометрия задачи.

*На втором этапе* определяются «истинные» нелинейные характеристики подвижного уреза: его вертикальное смещение  $r(t)$  и горизонтальная скорость  $u(t)$  с помощью римановой трансформации времени [1, 2, 9]:

$$u(t) = U\left(t + \frac{u}{\alpha g}\right), \quad (1)$$

$$r(t) = R\left(t + \frac{u}{\alpha g}\right) - \frac{u^2}{2g}, \quad (2)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения. Смещение подвижного уреза в горизонтальном направлении (дальность заплеска) легко находится из кинематического соотношения,  $x(t) = r(t)/\alpha$ .

Формулы (1)–(2) уже использовались для анализа динамики подвижного уреза при накате одиночных и периодических волн [1, 2, 9], поэтому здесь мы на этом не останавливаемся. Эти же формулы остаются справедливыми и в случае наката нерегулярных длинных волн на берег. Мы уже говорили о сложном характере колебаний уровня моря во время цунами, но и в естественных условиях длиннопериодные волны носят нерегулярный характер, и их энергия заключена в определенной полосе частот. Данные о длиннопериодных колебаниях уровня моря, как и их спектры, можно найти в [10].

Экспериментальные данные о характеристиках наката в низкочастотном диапазоне представлены в [11–14]. Если предположить, что накатывающиеся волны представляют собой стационарный случайный процесс, то статистические и спектральные характеристики «линейного» наката  $R(t)$  и  $U(t)$  рассчитываются стандартными методами решения линейных стохастических уравнений или с помощью приемов статистической радиофизики, анализирующих прохождение шумов через линейные системы [15, 16]. Считая их известными, для простоты, будем рассматривать обе функции  $R(t)$  и  $U(t)$  как случайные стационарные процессы с гауссовой статистикой. Если же спектр падающей волны еще и достаточно узок, то спектр колебаний уреза также будет узким, а амплитуда (высота) колебаний описывается распределением Рэлея. Как видно из формул (1)–(2), экстремумы «линейных» и «нелинейных» функций оказываются одинаковыми, и это свойство уже неоднократно использовалось для упрощения расчетов максимальной высоты наката волн на берег. С точки зрения теории случайных процессов отсюда следует крайне важный вывод, что распределения экстремумов подвижного уреза в нелинейной теории остаются такими же, как и в линейной теории, например, рэлеевскими распределениями [7, 9], хотя сами функции  $r(t)$  и  $u(t)$  определяются нелинейными уравнениями и, скорее всего, не описываются гауссовой статистикой. Данное исследование посвящено как раз изучению статистических свойств динамики подвижного уреза в рамках нелинейной задачи.

Проблемы статистического усреднения уравнений (1), (2) связаны с тем, что поле скорости  $u(t)$  связано с известной функцией  $U(t)$  неявным образом, где характеристика береговой зоны  $\alpha$  (тангенс уклона берегового откоса) входит как параметр. Переобозначая этот параметр как  $\xi = (\alpha g)^{-1}$  и вводя его явным образом в определение скорости  $u(t, \xi)$ , перепишем уравнение (1) в виде:

$$u(t, \xi) = U(t + \xi u(t, \xi)).$$

Очевидно, что поле  $u(t, \xi)$  как функция двух переменных, удовлетворяет уравнению первого порядка в частных производных – уравнению Римана:

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} - u \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \tag{4}$$

а соответственно смещение подвижного уреза в горизонтальном направлении (дальность заплеска)  $x(t, \xi)$  – уравнению:

$$\frac{\partial x}{\partial \xi} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial x}{\partial t} \right)^2 = 0. \tag{5}$$

При этом точка  $\xi = 0$  формально соответствует «невозмущенному» урезу, так что в этой точке заданы «линейные» граничные условия:  $u(t, 0) = U(t)$ ,  $x(t, 0) = R(t)/\alpha$ . Уравнение (4) (в соответствующих переменных) описывает поле скорости невзаимодействующих частиц; оно возникает в нелинейной акустике, где  $u(t, \xi)$  описывает поле скорости или давления акустической волны; в геометрической оптике, где  $u(t, \xi)$  есть угол наклона волнового фронта [17, 18]. В геометрической оптике уравнение (5) (опять же в соответствующих переменных) описывает эволюцию фазы оптической волны. Это же уравнение описывает рост поверхностей и является невязким пределом уравнения Кардара-Паризи-Цванга – KPZ-equation [19].

Уравнениям (4), (5) соответствует система характеристических уравнений (уравнений для «частиц»):

$$\frac{dT}{d\xi} = V, \quad \frac{dV}{d\xi} = 0, \quad \frac{dX}{d\xi} = -\frac{1}{2}V^2 \tag{6}$$

с начальными условиями:

$$T(\tau, z = 0) = \tau, \quad V(\tau, z = 0) = U(\tau), \quad X(\tau, z = 0) = X_0(\tau) = R(\tau) / \alpha.$$

Уравнения в частных производных (4), (5) описывают поля  $u(t, \xi)$ ,  $x(t, \xi)$  в так называемом эйлеровом представлении, а уравнения в обыкновенных производных (6) дают лагранжево представление полей  $T$ ,  $V$ ,  $X$ , как функции  $\xi$  и лагранжевой переменной  $\tau$ . Решение последних уравнений тривиально и допускает простое статистическое усреднение. Используя формулы перехода от лагранжевой статистики к эйлеровой, удастся найти исчерпывающее статистическое описание (вероятностные распределения, спектры энергии) эйлерова поля скорости  $u(t, \xi)$  [17, 18]. В частности, для статистически стационарного поля одномерное вероятностное распределение поля скорости  $u(t, \xi)$  не зависит от  $\xi = (\alpha g)^{-1}$ . Применительно к рассматриваемой задаче это означает, что, несмотря на нелинейность, вероятностное распределение горизонтальной скорости уреза  $u(t)$  остается таким же, как и в линейной теории.

Ниже мы вычислим статистические характеристики скорости и вертикального смещения подвижного уреза, используя предположение об эргодичности процесса, когда статистическое усреднение по ансамблю реализаций можно заменить усреднением по времени. Вычислим сначала статистические моменты скорости подвижного уреза, используя усреднение по времени по достаточно большому периоду  $T$ , считая, что случайный процесс является стационарным:

$$\langle u^n \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u^n(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U^n \left( t + \frac{u}{\alpha g} \right) dt, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (7)$$

В интеграле (7) удобно перейти к новой переменной:

$$\tau = t + \frac{u(t)}{\alpha g},$$

так что

$$dt = \frac{d\tau}{\left[ 1 + \frac{1}{\alpha g} \frac{du}{dt} \right]}.$$

Эта замена переменных фактически является переходом от эйлеровой переменной  $t$  к лагранжевой  $\tau$  и использовалась ранее при вычислении Фурье-образов и статистических характеристик римановых шумовых волн в нелинейной акустике [17, 18, 20].

Входящая сюда производная  $du/dt$  вычисляется из (1):

$$\frac{du}{dt} = \frac{dU/d\tau}{1 - (g\alpha)^{-1} dU/d\tau}. \quad (8)$$

В результате  $dt$  выражается как:

$$dt = \left[ 1 - \frac{dU/d\tau}{g\alpha} \right] d\tau,$$

и интеграл (7) становится явным:

$$\langle u^n \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T U^n(\tau) \left[ 1 - \frac{1}{g\alpha} \frac{dU}{d\tau} \right] d\tau.$$

Очевидно, что для стационарных случайных процессов вклад второго слагаемого исчезает, и

$$\langle u^n \rangle = \langle U^n \rangle.$$

Итак, все статистические моменты скорости подвижного уреза не меняются из-за нелинейности, и, следовательно, одноточечное вероятностное распределение сохраняется. В частности, если падающая волна представляет собой нормальный (гауссов) процесс, то скорость подвижного уреза, как уже отмечалось ранее, также описывается гауссовым распределением.

Аналогичные преобразования могут быть использованы и для вычисления статистических моментов вертикального смещения подвижного уреза. Так, первый момент имеет вид:

$$\langle r \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T R \left( t + \frac{u}{g\alpha} \right) dt - \frac{\langle u^2 \rangle}{2g} = \frac{1}{T} \int_0^T R(\tau) d\tau - \frac{1}{g\alpha T} \int_0^T R(\tau) \frac{dU}{d\tau} d\tau - \frac{\langle U^2 \rangle}{2g}. \quad (9)$$

Функция  $R(t)$  представляет собой гауссов случайный процесс с нулевым средним (мы будем отсчитывать колебания уреза от спокойного уровня моря), поэтому она не дает вклад в первый момент. Второй интеграл в (9) легко вычисляется интегрированием по частям, так что окончательное выражение для первого момента есть:

$$\langle r \rangle = \frac{\langle U^2 \rangle}{2g} = \frac{\sigma_U^2}{2g}, \quad (10)$$

где  $\sigma$  всюду обозначает среднеквадратичное отклонение соответствующей величины. Таким образом, нелинейность волнового поля в зоне наката всегда приводит к подъему в среднем уровня воды на берегу (явление set-up). Природа этого явления часто связывается с обрушением морских волн [10, 14], однако, здесь мы показываем, что даже при подходе длинных необрушенных волн в среднем вода на берегу поднимается.

Аналогично находится и второй момент:

$$\langle r^2 \rangle = \langle R^2 \rangle - \frac{\langle U^4 \rangle}{12g^2} + \frac{\langle RU^2 \rangle}{g},$$

и в случае гауссового линейного процесса (функция  $R(t)$  и ее скорость  $U(t) \sim dR/dt$  независимы, а четвертый момент вычисляется через второй) сводится к

$$\langle r^2 \rangle = \langle R^2 \rangle - \frac{\langle U^2 \rangle^2}{4g^2} = \langle R^2 \rangle - \langle r^2 \rangle.$$

Дисперсия колебаний уреза определяется через второй центральный момент и равна:

$$\sigma_r^2 = \langle r^2 \rangle - \langle r \rangle^2 = \sigma_R^2 - 2\langle r \rangle^2.$$

Таким образом, нелинейность волновых процессов в зоне наката уменьшает дисперсию вертикальных колебаний уровня воды на урзе.

Аналогично находятся высшие моменты, в частности асимметрия  $\lambda_3$  и эксцесс  $\lambda_4$  (в предположении гауссовости линейного процесса):

$$\lambda_3 = \frac{\langle (r - \langle r \rangle)^3 \rangle}{\sigma_r^3} = \frac{8\langle r \rangle^3}{(\sigma_R^2 - 2\langle r \rangle^2)^{3/2}}, \quad (11)$$



$$\lambda_4 = \frac{\langle (r - \langle r \rangle)^4 \rangle}{\sigma_r^4} - 3 = \frac{\langle r \rangle^2 (4\sigma_R^2 - 23\langle r \rangle^2)}{(\sigma_R^2 - 2\langle r \rangle^2)^2}.$$

Асимметрия, как следует из (11), всегда положительна, а эксцесс положителен при относительно небольших амплитудах волн. Оба коэффициента однозначно выражаются через дисперсию вертикальных колебаний уреза в линейной теории и средний уровень воды, который находится через дисперсию скорости уреза в линейной теории (10). Угол берегового склона, конечно же, влияет на статистические моменты подвижного уреза, но он входит в полученные формулы опосредовано (через характеристики уреза в линейной теории). Отличие коэффициентов асимметрии и эксцесса от нуля свидетельствует о не-гауссовости вертикальных колебаний подвижного уреза при накате нерегулярных волн.

В случае наката нерегулярных волн с узким спектром (соответственно и колебания уреза в линейной теории также будут иметь узкий спектр) дисперсии (среднеквадратичные отклонения) вертикального смещения и горизонтальной скорости связаны между собой соотношением  $\sigma_U = \omega_0 \sigma_R / \alpha$ , где  $\omega_0$  – центральная частота спектра падающей волны. Это соотношение вытекает из формулы, приводимой в начале статьи [ $U(t) = (\alpha)^{-1}(dR/dt)$ ]. В результате, коэффициенты асимметрии и эксцесса выражаются через единственный безразмерный параметр, хорошо известный в теории наката детерминистских волн как параметр обрушения [1, 2, 9, 21]:

$$Br_\sigma = \frac{\omega_0^2 \sigma_R}{g \alpha^2}, \quad (12)$$

там, правда, он используется для детерминистских сигналов и в (12) входит высота волны, а не среднеквадратичное отклонение. Соответственно асимметрия и эксцесс могут быть записаны как:

$$\lambda_3 = \frac{Br_\sigma^3}{\left(1 - \frac{1}{2} Br_\sigma^2\right)^{3/2}},$$

$$\lambda_4 = \frac{Br_\sigma^2 (16 - 23 Br_\sigma^2)}{16 \left(1 - \frac{1}{2} Br_\sigma^2\right)^2}.$$

Рассчитанные асимметрия и эксцесс представлены на рис. 2. Коэффициент асимметрии всюду положителен и монотонно растет с ростом параметра  $Br_\sigma$ . Эксцесс принимает положительные значения, не превышающие 0.3 при  $Br_\sigma < 0.6$ , и убывает при  $Br_\sigma > 0.6$ .

Следует отметить, что полученные решения справедливы только для необрушенных волн. Формулы (1)–(2) при достаточно больших амплитудах начального возмущения формально описывают многозначные решения, что физически соответствует обрушению волн. Поскольку в поле нерегулярных волн всегда присутствуют волны большой амплитуды, то полученные формулы должны быть несправедливы при больших значениях параметра  $Br_\sigma$ . Одно из ограничений следует уже из приведенных выше формул, в частности, дисперсия вертикальных смещений обращается в нуль при  $Br_\sigma = \sqrt{2}$ , что не имеет физической интерпретации. Более точно условия применимости можно получить, оценивая вероятность обрушения волн. Одно из условий вытекает из обращения в нуль

знаменателя в (8), то есть когда случайный процесс  $dU/dt$  достигает уровня  $g\alpha$ . В случае гауссового узкополосного поля падающих волн функция  $dU/dt$  также имеет гауссову статистику со среднеквадратичным отклонением  $\omega_0\sigma_U = \omega_0^2\sigma_R/\alpha$ . Тогда доля участков в записи, где  $dU/dt > g\alpha$  (назовем эту величину вероятностью обрушения), определяется интегралом от гауссовой функции:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{1/Br_\sigma}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{\sqrt{2}Br_\sigma}\right), \quad \operatorname{erfc}(\zeta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\zeta}^{\infty} \exp(-t^2) dt,$$

где  $\operatorname{erfc}(\zeta)$  – это дополнительная функция ошибок.

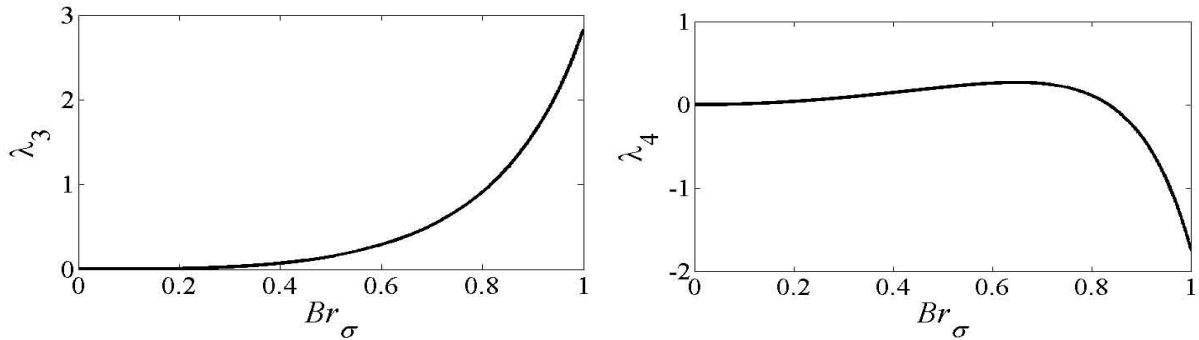


Рис. 2. Коэффициенты асимметрии и эксцесса вертикальных колебаний подвижного уреза при накате узкополосных нерегулярных волн на берег.

Зависимость вероятности обрушения волн от параметра  $Br_\sigma$  представлена на рис. 3. Как видно из рисунка, определенная таким образом вероятность обрушения растет с ростом параметра  $Br_\sigma$  и стремится к предельному значению 0.5 (только волны с положительными значениями  $dU/dt$  могут потенциально обрушиваться). Важно подчеркнуть, что в диапазоне  $Br_\sigma < 0.6$  вероятность обрушения очень мала и не превышает 3 %, так что эффектами обрушения при расчетах статистических моментов можно пренебречь.

В общем случае уравнение  $dU/dt = g\alpha$  позволяет найти среднее число особенностей на единицу времени или частоту обрушения [17, 18]. В случае стационарного процесса частота обрушения (частота превышения уровня по терминологии теории выбросов) определяется интегралом [17, 18]:

$$v(g\alpha) = \int_0^{\infty} \zeta W(a, \zeta) d\zeta,$$

где  $W$  – совместная плотность вероятности величины  $a = dU/dt$  и ее производной  $\zeta = da/dt$ . В случае гауссова процесса функция и ее первая производная статистически независимы, что позволяет «расцепить» совместную функцию вероятности на две. Если к тому же сигнал узкополосный, то все среднеквадратичные отклонения могут быть выражены через одну, и окончательное выражение для частоты обрушения есть:

$$v = \frac{\omega_0}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2Br_\sigma^2}\right).$$

Определенная таким образом безразмерная частота обрушения ( $vT_0 = 2\pi v/\omega_0$ ) представлена также на рис. 3. Как видно из рисунка, частота обрушения растет с ростом параметра  $Br_\sigma$  и стремится к предельному значению 1. Важно подчеркнуть, что в диапа-

зоне  $Br_\sigma < 0.6$  частота обрушения очень мала и не превышает 5 %. Таким образом, обе оценки свидетельствуют о малости эффектов обрушения при  $Br_\sigma < 0.6$ .

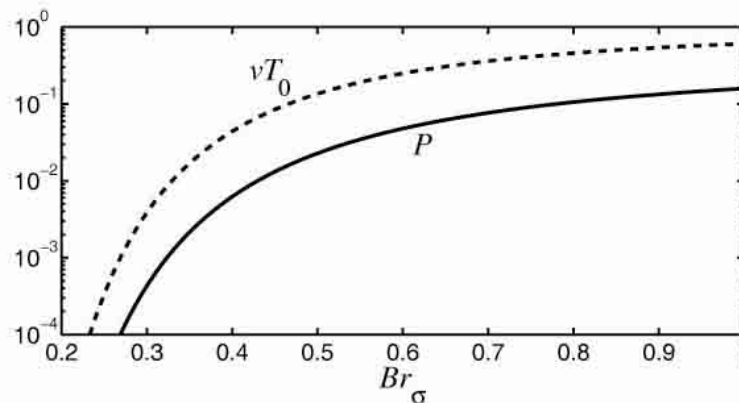


Рис. 3. Вероятность и частота обрушения волн в зависимости от параметра  $Br_\sigma$ .

В то же время отклонения от гауссовости характеристик наката становятся заметными (см. рис. 2). Для больших значений параметра  $Br_\sigma$  вклад обрушенных волн становится более существенным, что влияет на статистические моменты высших порядков. Поэтому, скорее всего, полученные выше формулы справедливы только в области  $Br_\sigma < 0.5$ , когда число обрушенных волн очень мало.

Таким образом, мы показали, что вертикальные колебания подвижного уреза при накате нерегулярных длинных волн на берег не описываются гауссовой статистикой. Асимметрия и эксцесс положительны при  $Br_\sigma < 0.5$ , что обычно интерпретируется как увеличение вероятности появления больших волн «положительной» полярности или гребней. Эти соображения активно используются для интерпретации частоты появления волн-убийц в поле ветровых волн при его моделировании [22, 7–9], экстремумы характеристик наката (максимальная высота наката и глубина отката волн) совпадают в линейной и нелинейной теориях. Следовательно, высокие «положительные» волны (что означает повышение уровня воды на берегу) не будут появляться чаще, чем «отрицательные» волны. Это означает, что положительность коэффициентов асимметрии и эксцесса необходимо интерпретировать как увеличение продолжительности (во времени) стадии наката волн на берег по сравнению с продолжительностью стадии отката волны от берега. К тому же, как следует из (10), средний уровень моря также повышается при накате нерегулярных волн, что дает дополнительные аргументы в пользу увеличения продолжительности затопления побережья по сравнению со временем его осушения.

Наблюдения наката длинных волн естественного происхождения (в диапазоне периодов от 10 с до 20 мин) на берег проводятся давно [11–14]. Во всех работах отмечается повышение в среднем уровня моря на берегу, как это следует из развиваемой здесь теории. Что же касается вероятностных свойств наката, то нам известна только одна работа [12], где говорится, что смещение уреза воды не описывается гауссовой статистикой. Измеренная асимметрия равнялась 0.2, а эксцесс оказался отрицательным – 0.6. При этом говорится, что доля обрушенных волн в наблюдениях довольно высока. Как вытекает из нашей теории, асимметрия всегда положительна, а эксцесс может быть отрицательным при больших значениях параметра обрушения, что согласуется с наблюдаемыми данными.

Работа частично поддержана грантами РФФИ (09-05-91222, 11-05-00216), гос.контрактом (02.740.11.0732), грантом президента РФ (6734.2010.5) и европейским проектом «Extreme Seas».

## Литература

1. Вольцингер Н.Е., Клеванный К.А., Пелиновский Е.Н. Длинноволновая динамика прибрежной зоны. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 271 с.
2. Пелиновский Е.Н. Гидродинамика волн цунами. Н.Новгород: ИПФ РАН, 1996. 275 с.
3. Yeh H., Liu P. L-F., Synolakis C. Long-Wave Runup. World Sci., Singapore, 1996. 403 p.
4. Liu Ph. L-F., Yeh H., Synolakis C. Advanced numerical models for simulating tsunami waves and runup. World Sci., Singapore, 2008. 344 p.
5. Левин Б.В., Носов М.А. Физика цунами. М.: Янус-К, 2005. 360 с.
6. Pelinovsky E., Choi B., Stromkov A., Didenkulova I., Kim H. Analysis of tide-gauge records of the 1883 Krakatau tsunami // Tsunamis: case studies and recent developments. Advanced in Natural and Technological Hazards Research. Springer, 2005. P.57–77.
7. Сергеева А.В., Диденкулова И.И. Накат нерегулярных длинных волн на плоский откос // Известия АИН РФ. Сер.: Прикладная математика и механика. 2005. Т.14. P.98–105.
8. Didenkulova I., Pelinovsky E., Sergeeva A. Runup of long irregular waves on a plane beach // In book: Extreme Ocean Waves (Eds: E.Pelinovsky and Ch.Kharif). Springer, 2008a. P.83–94.
9. Didenkulova I., Pelinovsky E., and Soomere T. Run-up characteristics of tsunami waves of “unknown” shapes // PAGEORN, 2008b. V.165. № 11/12. P.2249–2264.
10. Рабинович А.Б. Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. СПб.: Гидрометеиздат, 1993. 325 с.
11. Bowen A.J., Inman D.L., Simmons V.P. Wave «set-down» and «set-up» // J. Geophys. Res. 1968. V.73. No.8. P.2569–2577.
12. Huntley D.A., Guza R.T., Bowen A.J. A universal form for shoreline run-up spectra // J. Geophys. Research. 1977. V.82. No.18. P.2577–2581.
13. Raubenheimer B., Guza R.T. Observations and predictions of run-up // J. Geophys. Research. 1996. V.101. No.C10, 25. P.575–587.
14. Dean R.G., Walton T.L. Wave setup. In book: Handbook of coastal and ocean engineering. (Ed. Y.C.Kim). World Sci. Singapore, 2009. P.1–23.
15. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Ч.1. Случайные процессы. М.: Наука, 1976. 494 с.
16. Давидан И.Н., Лопатухин Л.И., Рожков В.А. Ветровое волнение как вероятностный гидродинамический процесс. Л.: Гидрометеиздат, 1978. 287 с.
17. Гурбатов С.Н., Малахов А.Н., Саичев А.И. Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии / Сер. Совр. пробл. физ. М.: Наука, 1990. 216 с.
18. Gurbatov S.N., Malakhov A.N., Saichev A.I. Nonlinear random waves and turbulence in nondispersive media: waves, rays, particles. Manchester. MUP, 1991. 310 p.
19. Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Саичев А.И. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. М.: Физматлит, 2008. 496 с.
20. Пелиновский Е.Н. Спектральный анализ простых волн // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1976. Т.19. № 3. С.373–383.
21. Диденкулова И.И., Пелиновский Е.Н. Накат длинных волн на берег: влияние формы подходящей волны // Океанология, 2008. Т.48. № 1. P.5–10.
22. Kharif Ch., Pelinovsky E., Slunyaev A. Rogue Waves in the Ocean. Springer, 2009. 216 p.

Статья поступила в редакцию 23.06.2010 г.

