



СОДЕРЖАНИЕ

Статьи

<i>Пелиновский Е.Н., Талипова Т.Г.</i> Безотражательное распространение волн в сильно неоднородных средах	4
<i>Чаликов Д.В.</i> Трансформация гармонических волн на глубокой воде	14
<i>Волков К.Н., Емельянов В.Н., Курова И.В.</i> Моделирование крупных вихрей в задачах гидрофизики и гидроакустики	22
<i>Карлин Л.Н., Рябченко В.А., Ванкевич Р.Е., Еремина Т.Р., Исаев А.В., Неелов И.А.</i> Испытание оперативной океанографической системы при прогнозе гидродинамических характеристик в Финском заливе Балтийского моря	39
<i>Никифоров С.Л., Попов В.А., Попов О.Е., Селезнев И.А.</i> Концепция создания единой базы геоакустических данных морского дна и технологии геоакустического моделирования	49
<i>Долин Л.С.</i> Лидарный метод измерения частотно-контрастной характеристики водных слоев	62
<i>Дашевский О.Ю., Нежевенко Е.С.</i> Методы апертурного синтеза гидроакустических антенн в пассивном режиме и их испытание на тестовых и реальных сигналах	72

Конференции

XXII семинар «Струйные, отрывные и нестационарные течения» (<i>Матвеев С.К., Усков В.Н.</i>)	86
--	----

Из истории науки

Г.И. Марчук о физике атмосферы и океана	87
---	----

Поздравляем!	91
---------------------------	----

Хроника	94
----------------------	----

Правила представления материалов в редакцию.....	97
--	----

CONTENTS

Articles

<i>Pelinovsky E.N., Talipova T.G.</i> Non-reflective Wave Propagation in Strongly Inhomogeneous Media	4
---	---

It is well known that wave dispersion in inhomogeneous media leads to energy flux weakening on large distances. The more interesting cases are when inhomogeneity does not prevent wave propagation. This problem is studied here for internal waves in the ocean. Firstly, the penetration of internal waves into a deep ocean, stratified with density and current, is discussed, and it is shown that there is sufficient number of stratification profiles allowing non-reflected wave propagation into the ocean bulk. Further the internal wave propagation in two-layer stratified ocean of variable depth is investigated. The set of bottom profiles where the wave energy is not scattered, is also found.

Key words: non-reflected wave propagation, internal waves, non-reflected stratification and bottom profile.

<i>Chalikov D.V.</i> Harmonic Wave Deep Water Transformation	14
--	----

Precise numerical model of potential; surface waves is used to investigate the wave field evolution, initially assigned as a train of harmonic waves. It is shown that harmonic wave of any amplitude quickly generates the new modes, which undergo the complicated evolution. These modes can be referred neither to bound waves nor to free waves.

Key words: harmonic waves, instability, numerical modelling, Stokes waves.

<i>Volkov K., Emelyanov V., Kurova I.</i> Large-eddy Simulation in Hydrophysical and Hydroacoustic Problems	22
---	----

Applications of large-eddy simulation (LES) technique to the solution of problems of hydrophysics and hydroacoustics are considered. Solutions of some model problems (free mixing layer, free sub-sonic non-isothermal turbulent jet flowing out of circular nozzle into submerged space, and aero-optical effects in turbulent flows) are presented. The results obtained are compared to the data calculated with the numerical solution of the Reynolds-averaged Navier–Stokes equations and equations of the k – ϵ turbulence model, as well as to the available experimental data. The conclusions related to the perspectives of use of this technique in the problems of hydrophysics and hydroacoustics are made.

Key words: turbulence, large-eddy simulation, computational fluid dynamics, jet, mixing layer.

<i>Karlin L.N., Ryabchenko V.A., Vankevich R.E., Eremina T.R., Isaev A.V., Neelov I.A.</i> Testing an Operational Oceanographic System Testing by Means of Forecasting of Hydrodynamical Characteristics in the Gulf of Finland of the Baltic Sea	39
--	----

An operational system for forecasting of hydrodynamic characteristics in the Gulf of Finland GULFOOS (the Gulf of Finland Operational Oceanographic System) has been developed. The system is based on the hydrodynamic module of St. Petersburg Baltic Eutrophication Model. The system has been working in the operation mode from May 2009 using data from short-term weather forecasts for the North-West Region of Russia and forecasts of boundary conditions at the entrance in the Gulf of Finland. 48-hour model forecasts were compared to observed vertical temperature and salinity profiles and water level in Kronshtadt. The comparison showed that the model system simulates the observations quite well.

Key words: operational oceanography, hydrodynamic forecast, the Gulf of Finland.

<i>Nikiforov S.L., Popov V.A., Popov O.E., Seleznev I.A.</i> The Concept of Common Sea-Bottom Geoacoustic Database Creation and Geoacoustic Modeling Techniques	49
---	----

The authors consider some problems of supporting Russia sea activity in the important water areas of the World ocean, which cause creation of geoacoustic databases and the geoacoustic models of a sea-bottom required for all carriers of sonar means of underwater conditions imaging for operative forecasting of surveillance conditions in the navigation area and supporting efficient operation of adaptive hydroacoustic information processing algorithms. The concept of common water areas sea-bottom database creation and sea bottom geoacoustic modeling techniques are offered. Data about structure of a perspective integrated sonar system of sea-bottom monitoring and problems solved with its help are cited.

Key words: geoacoustic model, database, sonar means, acoustic characteristics, offshore area.

<i>Dolin L.S.</i> Lidar Methods for Measurement of Modulation Transfer Function of Water Layers	62
--	----

We develop algorithms for retrieval of the water layer modulation transfer function (MTF) from the radiance of backscattered laser pulse. A lidar diagram is developed for remote measuring of the MTF. The water optical properties are then retrieved from measured MTF. We also propose a laser imaging system for sea bottom observation which corrects image distortion caused by light scattering in the water.

Key words: lidar, imaging, water, modulation transfer function, image correction.

<i>Dashevskii O.Yu., Nejevenko E.S.</i> Passive Aperture Synthesis Techniques for Towed Arrays and Their Probation with Test and Real Signals	72
--	----

The paper contains a brief review of aperture synthesis techniques for towed arrays operating in passive mode. A technique is suggested that is able to process wideband signals, also from multiple sources (as opposed to known techniques). The results of experimental studies of aperture synthesis are presented, obtained both from computer-generated signals (SynApp program has been developed for this purpose), and from signals of a real underwater towed array.

Key words: hydroacoustics, aperture synthesis, beamforming, modeling.

УДК 551.465

© *Е.Н. Пелиновский, Т.Г. Талипова*Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
pelinovsky@gmail.com

БЕЗОТРАЖАТЕЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В СИЛЬНО НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Рассеяние волн в неоднородных средах, как известно, приводит к ограничению передачи энергии на большие расстояния; тем большим интерес вызывают случаи, когда неоднородность не препятствует распространению волн. Эта проблема изучена для внутренних волн в океане, обсуждено проникновение внутренних волн на большие глубины в океане, стратифицированном по плотности и течению, и показано, что существует достаточно большое число стратификаций, допускающих «безотражательное» распространение волн вглубь океана. Рассмотрено распространение внутренних волн в двухслойном океане переменной глубины и найдено семейство донных профилей, не рассеивающих (или слабо рассеивающих) энергию внутренних волн.

Ключевые слова: безотражательное распространение волн, внутренние волны, безотражательные профили стратификации и дна.

Исследование распространения волн на большие расстояния имеет очевидный практический интерес. Обычно сверхдальнее распространение волн связывается с существованием волноводов, ограничивающих излучение энергии волны в поперечном к оси волновода сечении. Примеры распространения акустических волн в подводных звуковых каналах общеизвестны [1, 2], и этот эффект широко используется в гидроакустике. Аналогичные эффекты известны для волн цунами, распространяющихся вдоль подводных хребтов [3]. В то же время неоднородность среды, особенно вдоль пути распространения волны, препятствует сверхдальному распространению из-за естественного отражения волновой энергии назад, что также хорошо описано [1–3]. Однако в случае плавной неоднородной среды, когда отражением можно пренебречь, волновое поле распространяется на большие расстояния без существенного ослабления; в этом случае оно описывается асимптотическим ВКБ-решением. Так, например, если глубина бассейна меняется плавно (на масштабе длины волны), то амплитуда поверхностной волны при приближении к берегу растет как $h^{-1/4}$ (h – глубина), что объясняет резкое усиление морской волны вблизи берега. Недавно стало понятно, что распространение волн на дальние расстояния возможно и в сильно неоднородных средах при специфических законах изменения параметров среды вдоль трассы распространения. Для поверхностных волн аналитически найдено семейство донных профилей как одномерных, так и двумерных, допускающих распространение бегущих волн неизменной формы (но с переменной амплитудой и фазой), в том числе и уединенных волн [4–7]. Сейчас начато изучение подобных эффектов для внутренних волн в сильно неоднородном океане переменной глубины [8, 9]. В настоящей статье выполнено исследование возможных случаев сверхдального распространения внутренних волн как по вертикали, так и по горизонтали.

Проникновение внутренних волн вглубь океана. Из теории внутренних волн известно, что в случае постоянной частоты плавучести линейная внутренняя волна может распространяться в толщу океана на любую глубину с неизменной амплитудой

(в приближении Буссинеска) [10, 11]. Более того, монохроматическая волна является точным решением нелинейных уравнений гидродинамики стратифицированной жидкости [11]. Многочисленные данные наблюдений также свидетельствуют, что внутренние волны хорошо распространяются внутри океана (пучковое распространение) без видимого отражения, что подтверждается также численными расчетами [12–16]. Один из таких примеров распространения внутренней волны в Бискайском заливе приведен на рис. 1 [14]. Ясно видно, что внутренняя волна отражается только от дна и пикноклина, расположенного близко к морской поверхности.

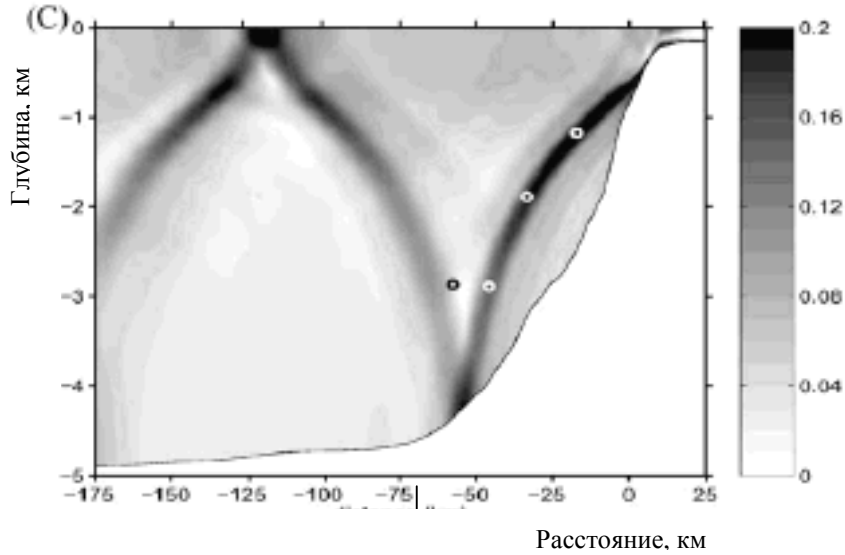


Рис. 1. Распространение внутренней волны в Бискайском заливе [14].

Математическая модель явления основана на уравнениях двумерной гидродинамики идеальной стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска, которые в случае линейной монохроматической волны с частотой ω могут быть сведены к волновому гиперболическому уравнению (см., например, [10, 11]):

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \alpha^2(z) \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0, \quad \alpha^2(z) = \frac{\omega^2 - f^2}{N^2(z) - \omega^2}, \quad (1)$$

где $W(x, z)$ – вертикальная скорость частиц жидкости; $N(z)$ – частота плавучести (Вяйсяля-Брента); f – параметр Кориолиса; x – горизонтальная и z – вертикальная координаты соответственно. Уравнение (1) выглядит пространственным аналогом волнового уравнения, в котором время заменяется на пространственную переменную. Физический смысл уравнения здесь другой, чем в классических волновых задачах: оно описывает лучи (пучки) распространения внутренних волн в океане, а не динамику самого волнового поля. Тем не менее, это уравнение является гиперболическим, и к нему могут быть применены известные методы математической физики и теории волн.

Уравнение (1) содержит переменный параметр $\alpha(z)$, играющий роль скорости звука. Используя аналогию с одномерным волновым уравнением для звука, мы должны сразу сказать, что если $\alpha(z)$ не постоянно, то волновая энергия обязана отражаться, и волна вряд ли сможет глубоко проникнуть в океан. Исключением здесь является случай $\alpha(z) = \text{const}$, возможный при $N(z) = \text{const}$. В этом смысле математическим выражением сверхдальнего распространения волн является постоянство коэффициентов волновых уравнений или, в более общем виде, уравнений математической физики. Поставим поэтому следующую задачу: существуют ли такие преобразования, при которых исходное уравнение (1) с переменными коэффициентами приводится к уравнению с постоянными

коэффициентами, когда получаемые решения можно интерпретировать как распространяющиеся без отражения волны. Идеи такого преобразования вытекают из анализа волновых процессов в плавно неоднородных средах, когда бегущая волна имеет переменную амплитуду и фазу [1]. Поэтому будем искать преобразование переменных в уравнении (1) в следующем виде:

$$W(x, z) = A(z)V(x, Z), \quad Z = Z(z), \quad (2)$$

где две новые функции $A(z)$ и $Z(z)$ подлежат определению. После подстановки (2) в (1) получаем так называемое уравнение Клейн-Гордона с переменными коэффициентами:

$$A(z) \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \alpha^2(z) \left(\frac{dZ}{dz} \right)^2 \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} \right] - \alpha^2 \left[\frac{dA}{dz} \frac{dZ}{dz} + \frac{d}{dz} \left(A \frac{dZ}{dz} \right) \right] \frac{\partial V}{\partial Z} - \alpha^2(z) \frac{d^2 A}{dz^2} V = 0. \quad (3)$$

Посмотрим теперь, при каких условиях коэффициенты уравнения (3) могут быть постоянными. Чтобы волновой оператор – даламбертиан (первая квадратная скобка) не содержал переменных коэффициентов, функция $Z(z)$ должна быть равной:

$$Z = \int \frac{dz}{\alpha(z)},$$

причем знак перед интегралом может быть любым. Физический смысл этого интеграла, если бы мы решали классическое волновое уравнение, очевиден: это время распространения волны в неоднородной среде. Другое условие – это равенство нулю второй квадратной скобки в (3), иначе решение уравнения (3) будет неограниченным на одном из концов на оси z . Оно дает:

$$A(z) = \text{const} \cdot \sqrt{\alpha(z)}.$$

Итак, обе неизвестные функции определены, и уравнение (3) преобразуется в виде:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = Q(Z)V, \quad (4)$$

$$Q = -\alpha^{3/2} \frac{d^2 \alpha^{1/2}}{dz^2}. \quad (5)$$

Уравнение (4) становится уравнением с постоянными коэффициентами, если $Q = \text{const}$, что и определяет из (5) возможные стратификации $\alpha(z)$. Для удобства будем говорить об океанической стратификации в терминах $\alpha(z)$, а не частоты плавучести $N(z)$. Простейшим случаем здесь является $Q = 0$, когда (4) также является волновым уравнением, общее решение которого для океана бесконечной глубины выражается в виде суммы двух невзаимодействующих волн, распространяющихся в противоположных направлениях (в толщу океана и к его поверхности):

$$V(Z, x) = F_1(x - Z) + F_2(x + Z). \quad (6)$$

В исходных физических переменных волны также независимы, но их амплитуда и фаза зависят от глубины. Случай $Q = 0$ дает следующий профиль океанической стратификации:

$$\alpha(z) = (a_1 + a_2 z)^2 \quad (7)$$

с двумя произвольными константами. В частном случае $a_2 = 0$ получаем $N(z) = \text{const}$, что уже обсуждалось ранее. Однако, как видим, есть и другие случаи принципиально

неоднородного распределения частоты плавучести по вертикали, когда волна может проникать на большие глубины вплоть до дна. При этом не играет роли величина коэффициентов в (7), так что среда может рассматриваться как сильно неоднородная, при этом внутреннее отражение волны в толще океана отсутствует.

Следующий класс «безотражательных» стратификаций следует для ненулевого постоянного Q . Фактически (5) представляет нелинейное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами, которое один раз интегрируется:

$$\left(\frac{ds}{dz}\right)^2 - \frac{Q}{s^2} = E, \quad s(z) = \sqrt{\alpha(z)}, \quad (8)$$

где E – произвольная постоянная. В результате уравнение (8) может быть сведено к квадратурам, и всевозможные профили $\alpha(z)$ будут зависеть от двух констант, обеспечивая широкое семейство безотражательных профилей океанических стратификаций. В частности, если $E = 0$, то:

$$\alpha(z) = a_3 + a_4 z, \quad Q = \left(\frac{a_4}{2}\right)^2,$$

и этот профиль отличается от (7). Приведем здесь и более общее решение: при Q и E , отличных от нуля:

$$\alpha(z) = \frac{(Ez + a_3)^2 - |Q|}{E}.$$

При отличном от нуля Q решение уравнения (4) уже не представимо в виде (6) с двумя произвольными функциями. В этом случае функции F_1 и F_2 должны быть синусоидальными типа:

$$F_{1,2} = \sin[K_x x \mp K_z Z], \quad K_x^2 - K_z^2 = Q,$$

или представимыми интегралами Фурье от этих спектральных компонент. Физически эти волны не отражаются, но расплываются в пространстве, так что неоднородность среды может приводить к дисперсии, несмотря на гиперболический характер исходного волнового уравнения (1). Такая дисперсия является весьма своеобразной, поскольку исходная внутренняя волна монохроматическая и не должна расплываться. Пространственная дисперсия на языке волновых пучков означает расплывание пучка вглубь океана, но не отражение волны в толще океана.

Используя полученные решения, можно определить «безотражательные» профили частоты плавучести $N(z)$ из (1). Поскольку частота плавучести рассматривается положительной для устойчивого распространения внутренних волн, то не все решения подходят для нас. Некоторые из них реализуются для полубесконечного океана или даже океана конечной глубины, что мы не будем обсуждать здесь в деталях, отсылая к нашим работам [8, 9]. Примечательно, что многие из приведенных здесь решений уже были получены ранее [12, 16], однако никак не интерпретировались с точки зрения безотражательного распространения внутренних волн. Более того, математики давно уже интересовались проблемой сведения волновых уравнений с переменными коэффициентами к уравнениям с постоянными коэффициентами, применяя чисто математические методы, в частности алгебру Ли*, также не обсуждая физический смысл получаемых решений. При этом некоторые из них не могут быть охарактеризованы как распространяющиеся

*Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E. Homogenization of the variable-speed wave equation. Wave Motion. 2010. V.47. No.8. В печати.

без отражения волны. Предлагаемый здесь подход позволяет находить именно «безотражательные» профили, способствующие сверхдальному распространению волн.

Во многих океанических районах реальные профили плотностной стратификации могут быть описаны «безотражательными» решениями, объясняющими наблюдаемое проникновение внутренних волн на всю толщу. На рис. 2 показано сравнение наблюдаемой стратификации с одним таким профилем, а именно (7) для шельфа моря Лаптевых, для которого внутренние волны моделировались в [17]. Как видим, аппроксимация безотражательным профилем здесь неплохая и вполне может приводить к слабому отражению внутренних волн внутри океана.

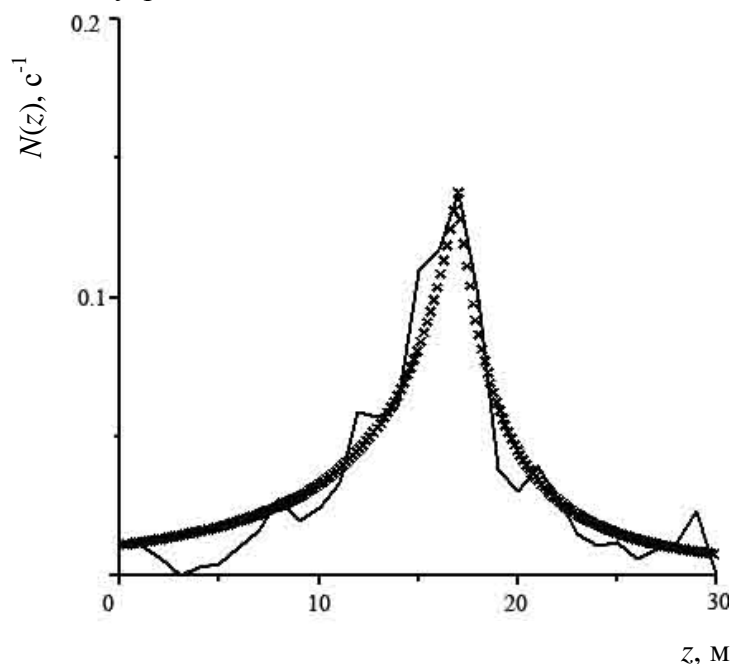


Рис. 2. Частота Вайсяля (сплошная линия) и ее аппроксимация (крестики) безотражательным профилем на шельфе моря Лаптевых.

Для реального океана приходится учитывать также стратификацию по течению. В этом случае, как показано в нашей работе [9], существуют еще большие возможности «организовать» «безотражательное» распространение внутренних волн.

Безотражательное распространение внутренней волны в океане переменной глубины. Рассмотрим распространение внутренних волн в двухслойном океане переменной глубины (рис. 3). Линеаризованные уравнения для длинных волн с учетом приближения твердой крышки на свободной поверхности и приближения Буссинеска имеют вид [10, 11, 18]:

$$h_1 u_1 + h_2(x) u_2 = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial(u_2 - u_1)}{\partial t} + g' \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [h_2(x) u_2] = 0, \quad (11)$$

где η — смещение границы раздела жидкостей разной плотности; u_1 и u_2 — усредненные скорости потоков в верхнем и нижнем слоях; h_1 и $h_2(x)$ — глубины верхнего и нижнего слоев; $g' = g(\rho_2 - \rho_1)/\rho_1$ — редуцированное значение ускорения силы тяжести.

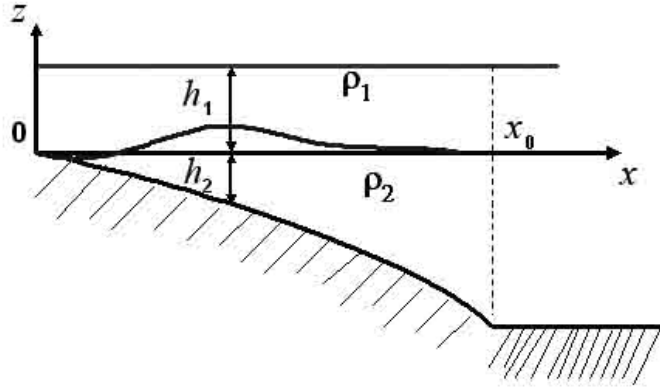


Рис. 3. Геометрия задачи.

После исключения из (9) скорости потока в верхнем слое, уравнение (10) переписывается в виде:

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + g' \frac{h_1}{h_1 + h_2} \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

и система уравнений (11) и (12) становится замкнутой. Эти уравнения сводятся к волновому уравнению для смещения границы раздела:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left[c^2(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} \right] = 0, \quad (13)$$

где $c^2 = g' \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2}$ (14)

определяет скорость распространения длинных волн в двухслойном океане. Уравнение (13) является уже «классическим» волновым уравнением. Представим решение (13) в виде:

$$\eta(t, x) = B(x)\Phi(t, \tau),$$

где новые переменные имеют смысл амплитуды $B(x)$ и фазы – времени распространения $\tau(x)$. Тогда уравнение (13) опять же сводится к уравнению Клейна-Гордона с переменными коэффициентами для новой неизвестной функции $\Phi(t, \tau)$:

$$B \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{d\tau}{dx} \right)^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} \right] - \left[c^2 \frac{dB}{dx} \frac{d\tau}{dx} + \frac{d}{dx} \left(c^2 B \frac{d\tau}{dx} \right) \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} - \frac{d}{dx} \left(c^2 \frac{dB}{dx} \right) \Phi = 0. \quad (15)$$

Аналогично (3) сразу находятся неизвестные функции $B(x)$ и $\tau(x)$:

$$\tau(x) = \int \frac{dx}{c(x)}, \quad B(x) = \frac{\text{const}}{\sqrt{c(x)}}.$$

Наконец, коэффициент перед последним членом в (15) должен быть пропорционален B , если мы хотим преобразовать (15) в уравнение с постоянными коэффициентами вида:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} + P\Phi = 0, \quad (16)$$

где $P = \frac{\sqrt{c(x)}}{3} \frac{d^2}{dx^2} [c(x)]^{3/2}$. (17)

В частном случае $P = 0$, когда уравнение (16) переходит в волновое уравнение, получаем два решения, одно из которых ($c = \text{const}$) является тривиальным, а второе есть:

$$c(x) = \tilde{c}_0(x/L)^{2/3}, \quad \tilde{c}_0 = \sqrt{g'h_1}, \quad (18)$$

где L характеризует длину шельфа.

Рассмотрим, на каких донных рельефах возможно безотражательное распространение бегущих волн. Используя (14) и (18), находим глубину нижнего слоя:

$$h_2(x) = h_1 \frac{(x/L)^{4/3}}{1 - (x/L)^{4/3}}. \quad (19)$$

Форма «безотражательного» профиля дна приведена на рис. 4. Формально функция $h_2(x)$ определена только на участке $0 < x < L$. В точке $x = 0$ жидкость становится однородной, и внутренние волны в ней не могут распространяться. На правой границе ($x = L$) глубина бассейна резко возрастает, хотя скорость распространения внутренних волн остается конечной (в рамках теории мелкой воды). Очевидно, в этой области необходима сшивка «безотражательного» донного профиля с реалистическим профилем глубины или отказом от приближения мелкой воды, что не будет здесь обсуждаться в деталях.

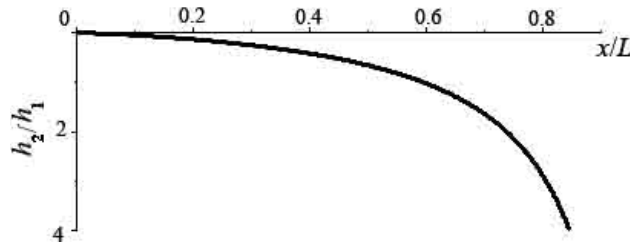


Рис. 4. Донный безотражательный профиль, описываемый формулой (19).

Поскольку, как уже указывалось, в результате замены переменных получается волновое уравнение с постоянными коэффициентами, то его решение, описывающее смещение термоклина, имеет вид (для бегущей влево волны):

$$\eta(t, x) = B(x)\Phi[t + \tau(x)], \quad B(x) = \frac{\text{const}}{\sqrt{c(x)}} \sim \frac{1}{x^{1/3}},$$

где функция $\Phi(t)$ должна описывать достаточно короткий импульс, обеспечивая локализованность волны в интервале $0 < x < L$. Временная форма внутренней волны в разных точках пространства остается постоянной (меняется только ее амплитуда и фаза), однако ее пространственная структура меняется со временем. Амплитуда волны неограниченно возрастает при приближении к точке $x = 0$. Динамика внутренней волны в точке перехода двухслойного потока в однослойный является сложной (необходимо учитывать эффекты нелинейности и обрушения, которые здесь не рассматриваются). При приближении волны к другой границе ($x = L$) ее амплитуда остается конечной. Тем не менее в окрестности этой границы происходит смена донного рельефа, и трансформацию волны в этой области также необходимо специально изучать.

Из уравнений (9) и (12) удастся рассчитать структуру течения в обоих слоях:

$$u_1(x, t) = -B(x) \frac{c(x)}{h_1} U(\xi, x), \quad u_2(x, t) = B(x) \frac{c(x)}{h_2(x)} U(\xi, x), \quad (20)$$

$$U(\xi, x) = \Phi(\xi) - \frac{1}{2} \frac{dc(x)}{dx} \int \Phi(\xi) d\xi, \quad \xi = t + \tau(x). \quad (21)$$

Формулы (20) и (21) содержат два члена, первый из которых повторяет форму волны смещения, а второй – определяется интегралом от нее. В результате форма волны скорости в различных точках меняется со временем в отличие от волны смещения. Тем не менее, это тоже бегущая «безотражательная» волна, хотя и изменяющейся формы. Отметим, что расход воды в каждом слое остается конечным, а суммарный равен нулю.

Более общее решение для «безотражательных» донных профилей получается, когда $P \neq 0$. В этом случае уравнение (17) может быть один раз проинтегрировано:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 9Py^{2/3} = E, \quad y = c^{3/2}. \quad (22)$$

В частном случае $E = 0$ «безотражательный» профиль определяется выражением:

$$c(x) = a_6 x + a_7, \quad P = (a_6 / 2)^2.$$

Скорость распространения внутренних волн здесь может быть описана линейной функцией координаты. При переходе от $c(x)$ к $h(x)$ получаем качественно тот же рис. 4 для донного профиля, только в окрестности точки $x = 0$ глубина меняется квадратично с расстоянием. Само волновое поле оказывается дисперсионным, и бегущая волна представима интегралом Фурье:

$$\eta(t, x) = B(x) \int A(\Omega) \exp[i(\omega t + \Omega \tau)] d\Omega,$$

$$\omega = \sqrt{\Omega^2 + P}, \quad B(x) = \frac{\text{const}}{\sqrt{c(x)}} \sim \frac{1}{x^{1/3}},$$

Аналогичные выражения можно получить и для скоростей течения в каждом из слоев. Как и следовало ожидать, дисперсия в неоднородной среде проявляется на низких частотах, когда характерная длина волны сравнивается с масштабом изменения глубины. Тем не менее, такие волны являются бегущими и не отражаются от откоса, за исключением критических точек $x = 0$ и $x = L$.

Мы не будем обсуждать в деталях общее решение уравнения (22), но укажем, что качественно часть из них похожа на представленный на рис. 4 профиль дна, другие представляют собой подводную гору или яму, так что и здесь имеется достаточное разнообразие «безотражательных» донных профилей.

Имеются, однако, и другие «безотражательные» профили, не описываемые уравнением (22). Если из уравнений (9)–(11) исключить смещение границы раздела, то можно написать волновое уравнение для любой компоненты скорости течения, и для течения в верхнем слое имеем:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - c^2(x) \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = 0, \quad (23)$$

где $c(x)$ описывается по-прежнему выражением (14).

Но это уравнение отличается от уравнения для смещения (13), и сразу видно, что «безотражательные» донные профили для него будут совершенно другими. Фактически мы можем не решать уравнение (23) снова, а воспользоваться полной аналогией уравнений (23) и (1). Так, по аналогии с (7) одна из «безотражательных» функций $c(x)$ для волны «скорости» течения имеет вид:

$$c(x) = \tilde{c}_0 (x/L)^2, \quad (24)$$

и профиль дна отличается от «безотражательного» для волны смещения (18). Качественно донный профиль, соответствующий (24), похож на изображенный на рис. 4, и отличается от него существенно в окрестности точки перехода двухслойного потока в однослойный.

Итак, существует большое семейство донных профилей, способствующих безотражательному распространению внутренних волн. Поскольку, как правило, «безотражательность» возможна только на фиксированных дистанциях ($0 < x < L$), то здесь трудно говорить о реальном сверхдальнем распространении внутренних волн, которое, насколько нам известно, и не наблюдалось в природных условиях. Тем не менее, «безотражательность» даже на конечных трассах «продлевает» время жизни внутренних волн, и этот эффект заслуживает серьезного внимания при интерпретации природных данных.

В работе изучено «безотражательное» распространение внутренних волн в стратифицированном океане переменной глубины. Сначала рассматривается распространение монохроматических волновых пучков в толщу океана. Показано, что существует ряд вертикальных распределений частоты плавучести, при которых нет отражения внутренних волн в самой толще, а только на морской поверхности и на дне. Такие случаи часто наблюдаются в океане и проявляются в численных расчетах нелинейной гидродинамики стратифицированного океана. Таким образом, развитая здесь теория объясняет данные наблюдений и результаты модельных расчетов.

Аналогичные эффекты возможны и при распространении внутренних волн над наклонным дном. Они изучены для частного случая линейных волн в двухслойном потоке в рамках линейной теории длинных волн. Найдено семейство донных профилей, допускающих «безотражательное» распространение внутренних волн. Показано, что такие свойства проявляются на конечных дистанциях вдали от берега и кромки шельфа.

Авторы принимают активное участие в моделировании сильно нелинейных внутренних волн на шельфе, используя «безотражательные» модели, основанные на уравнении Кортевега – де Вриза и его обобщений [19]. Закладываемое в эти модели приближение малых уклонов дна является, по-видимому, чрезмерным, и они могут применяться и для донных профилей специального вида. Анализ этой проблемы будет сделан в дальнейшем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты №№ 09-05-00204 и 09-05-90408.

Литература

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343с.
2. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика неоднородных сред. М.: Наука, 2007. 416 с.
3. *Пелиновский Е.Н.* Гидродинамика волн цунами. Н.Новгород: ИПФ, 1996.
4. *Диденкулова И.И., Заубо Н., Пелиновский Е.Н.* Отражение длинных волн от «безотражательного» донного профиля // Известия РАН МЖГ. 2008. № 4. С.101–107.
5. *Пелиновский Е.Н., Диденкулова И.И.* Распространение волн в сильно неоднородной среде // Нелинейные волны'2008. Н.Новгород: ИПФ, 2009. С.191–204.
6. *Didenkulova I., Pelinovsky E., Soomere T.* Long surface wave dynamics along a convex bottom // J.Geophysical Research-Oceans. 2009. V.114.
7. *Didenkulova I., Pelinovsky E.* Non-dispersive traveling waves in strongly inhomogeneous water channels // Physics Letters A. 2009. V.373. No 42. P.3883–3887.
8. *Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Петрухин Н.С.* О проникновении длинной внутренней волны в толщу океана // Океанология. 2009. Т.49. № 5. С.673–680.
9. *Grimshaw, R., Pelinovsky, E., and Talipova, T.* Non-reflecting internal wave beam propagation in the deep ocean // J. Phys. Oceanography. 2010. V.40. № 4. P.802–913.
10. *Краусс В.* Внутренние волны. Л.: Гидрометеиздат, 1968. 272 с.
11. *Миропольский Ю.З.* Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1981. 302 с.

12. *Власенко В.И.* Генерация внутренних волн в стратифицированном океане переменной глубины // Изв. РАН. Физ. атм. и океана. 1987. Т.23. № 3. С.225–230.
13. *Морозов Е.Г., Писарев С.В.* Внутренний прилив в арктических широтах (численные эксперименты) // Океанология. 2002. Т.42. № 2. С.165–173.
14. *Gerkema T., Lam F.A., Maas L.R.M.* Internal tides in the Bay of Biscay: conversion rates and seasonal effects // Deep-Sea Research II. 2004. V.5. P.2995–3008.
15. *Pingree R.D., New A.L.* Downward propagation of internal tidal energy into the Bay of Biscay // Deep Sea Research A. 1989. V.36. P.735–758.
16. *Vlasenko V., Stashchuk N., and Hutter K.* Baroclinic Tides. Cambridge University Press. 2005.
17. *Полухин Н.В., Талипова Т.Г., Пелиновский Е.Н., Лавренов И.В.* Моделирование трансформации солитонов внутренних волн на шельфе моря Лаптевых // Известия АИН РФ. Сер. Прикладная математика и механика. 2003. Т.4. С.3–16.
18. *Морозов Е.Г.* Океанские внутренние волны. М.: Наука, 1985. 151 с.
19. *Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T.* Modeling internal solitary waves in the coastal ocean // Survey in Geophysics. 2007. V.28, № 4. P.273–298.

Статья поступила в редакцию 25.05.2010 г.

