



Тематический выпуск

СОДЕРЖАНИЕ

К читателям (<i>обращение главного редактора</i>).....	4
Статьи	
<i>Дивинский Б.В., Косьян Р.Д., Куклев С.Б.</i> Параметры ветрового волнения на защищенных акваториях	5
<i>Кантарджи И.Г.</i> Воздействия на водную среду при строительстве морских портов и сооружений на шельфе	17
<i>Пелиновский Е.Н., Шургалина Е.Г.</i> Аномальное усиление волны вблизи вертикальной преграды	29
<i>Камынин Е.Ю., Максимов В.В., Нуднер И.С., Семёнов К.К., Хакимзянов Г.С.</i> Исследование взаимодействия уединенной волны с частично погруженным сооружением	39
<i>Диденкулова И.И., Сергеева А.В., Пелиновский Е.Н., Гурбатов С.Н.</i> Статистические оценки характеристик наката длинных волн на берег	55
<i>Хабахпашева Т.И., Коробкин А.А.</i> Импульсивное воздействие обрушающихся волн на упругие береговые сооружения	64
<i>Леонтьев И.О.</i> Динамика профиля песчаного берега на различных масштабах времени	78
<i>Соомере Т., Зайцева-Пярнасте И., Рямяет А., Куренной Д.</i> О пространственно-временной изменчивости полей волнения Финского залива	90
<i>Гагошидзе Ш.Н.</i> К оценке воздействия вдольбереговых волн на береговые откосы открытых морских и речных каналов	102
Рецензия на книгу	
Холодова С.Е., Перегудин С.И. Моделирование и анализ течений и волн в жидких и сыпучих средах	114
Конференции	
Информация о предстоящих (международных) конференциях по гидрофизике в 2011 г.	115
Поздравляем!	117
Хроника	120
Тематический указатель 2008–2010 гг.	122
Авторский указатель за 2008–2010 гг.	126
Правила представления материалов в редакцию.....	127

CONTENTS

Articles

- Divinsky B.V., Kosyan R.D., Kuklev S.B.* Parameters of Wind Waves on the Protected Water Areas 5

In the paper some aspects of mathematical modeling of wave and hydrodynamic regime at protected water areas are considered, examples of the dangerous hydrodynamic phenomena research (broken water, harbor seiche, resonant characteristics of harbor) are given. Recommendations of various wave and hydrodynamic models applicability for the decision of assigned tasks are given.

Key words: mathematical simulation, protected areas, wave climat, harbor seiche.

- Kantarzhi I.G.* Impacts onto the Water Environment of the Sea Ports and Continental Shelf Structures Construction 17

The experience of development and environmental expert review of the sea hydro technical projects has been generalized. Construction and operation of the sea ports, as well as continental shelf structures may cause the significant impact onto sea water environment. The modern method of coastal processes modeling and the modern construction technologies can help in assessment of the environmental effects and to minimize these effects. The separation of the global project into stages may be applied if the environmental impact assessment is possible, only.

Key words: sea ports, continental shelf structures, construction and operation, design, environmental impact, impact assessment, expert review.

- Pelinovsky E.N., Shurgalina E.G.* Abnormal Intensification of a Wave near a Vertical Barrier 29

One of the possible mechanisms of freak-waves emergence near a vertical barrier, based on the dispersive focusing of unidirectional wave packets is analyzed. This mechanism is associated with the frequency dispersion of water waves and manifested in the interference of many spectral components, moving with different group velocities. Formation of a single freak wave in a random wind wave field is considered in the frame of linear theory. The characteristic lifetime of an abnormal wave in the framework of this mechanism for typical conditions is approximately two minutes, thus such a rapid effect is difficult to predict and prepare for. A rogue wave quickly changes its shape from a high ridge to a deep depression.

Key words: water waves, wind waves, freak waves, dispersive focusing.

- Kamynin E.Yu., Maximov V.V., Nudner I.S., Semenov K.K., Khakimzyanov G.S.* Study of Interaction of the Solitary Wave with a Partially Submerged Stationary Construction 39

The results of laboratory experiments and numerical modeling of the interaction of a solitary wave and a fixed partially submerged body of rectangular shape, located on a flat slope are presented. Carried out research allowed to determine the magnitude run-up on the body and the wave pressure on it, depending on the oncoming wave amplitude, the body length and its immersion, the angle of the slope.

Key words: solitary wave; partially submerged structure; run-up; pressure; laboratory experiment; numerical simulation; results.

- Didenkulova I.I., Sergeeva A.V., Pelinovsky E.N., Gurbatov S.N.* Statistical Estimates of Characteristics of Long Wave Run-up on a Beach 55

The run-up of irregular long sea waves on a beach of a constant slope is studied in the framework of nonlinear shallow water theory. It is shown that the problem nonlinearity does not influence on statistical moments of the velocity of the moving shoreline, but affects statistical moments of the displacement. In particular, for weak-amplitude waves it is demonstrated that the wave run-up process has a longer duration as compared to the duration of the wave run-down process, even if the incident wave field represents Gaussian stationary

process with a zero mean. The probability of wave breaking during the process of wave run-up is calculated and conditions of the model validity are discussed.

Key words: long waves, run-up, statistical moments, probability distributions.

Khabakhpasheva T.I., Korobkin A.A. Impulsive Interaction of Breaking Waves with Flexible Coastal Structures 64

The problem of impact of a water wave with flat front onto an elastic vertical plate which models the surface of a coastal structure is studied. The liquid is assumed weakly-compressible; the liquid flow is described within acoustic approximation. The deflection of the plate and its vibrations caused by impact are described by a linear theory of thin isotropic plates without accounting for shear stresses. The hydrodynamic and structural parts of the problem are coupled by both dynamic and kinematic conditions imposed on the wetted part of the structure. The problem is solved by the normal mode method. By using integral transforms the problem is reduced to a system of differential and integral equations which are numerically solved. Phenomena caused by the structural damping and liquid compressibility are investigated. It is shown that the structural damping affects the global evolution of the plate behavior; however, maximum deflection and maximum bending stress can be determined without account for structural damping. New combined model of violent wave impact is proposed. Within this model only the early stage of impact is described with taking the liquid compressibility into account, the later stage is simulated by using the model of incompressible liquid.

Key words: breaking wave, elastic plate, wave impact, compressible liquid, structural damping, bending stresses, combined model.

Leont'yev I.O. Shoreface profile dynamics in different time scales 78

Dynamics of the sea coast is characterized by both the short-term changes and the long-term trends manifested in the time scales of decades, centuries and milleniums. When modeling the short-term storm-induced deformations the process-based models turn out to be most successful as those simulate the suite of primary mechanisms responsible for sediment transport and bed deformations. Presented model CROSS-P is applicable to calculate the storm-induced deformations on sandy coasts of the seas, large lakes and water stores. To analyse the long-term coastal evolution the model SPELT is suggested determining the position and form of the profile depending on changes in sea level and imbalance of sediment budget.

Key words: coastal profile modeling, erosion, accumulation, storm-induced deformations, erosion, coastal evolution, sediment budget.

Soomere T., Zaitseva-Pärnaste I., Räämet A., Kurennoy D. Spatio-temporal variations of wave fields in the Gulf of Finland 90

We analyse the main properties of wave fields in the Gulf of Finland and their spatial and long-term variations based on visual wave observations performed since 1954 at two locations on the southern coast of the gulf and high-resolution simulations of wave fields for the entire Baltic Sea for 1970-2007. Shown is that both long-term average and maximum wave heights in the gulf are about a half for those in the Baltic Proper. The average wave heights have insignificantly changed in the gulf since the 1970s whereas the extreme wave heights have considerably increased in the northern and in the northeastern sections of the gulf. A probable reason for the changes is the enhancement of south-western winds over the last 40 years.

Key words: wind waves, wave measurements, wave modelling, wave climate, Baltic Sea, Gulf of Finland.

Gagoshidze Sh.N. To the Estimation of the Action of Longitudinal Waves on the Bank Slopes of the Open Sea and River Channels 102

One of the most characteristic properties of longitudinal waves is the growth of their height near the bank line. This property is especially observed in short longitudinal, the mathematical description of which in terms of mathematical approximation was for the first time given by Stokes. In the present paper, Stokes' solution generalized to the case of a stationary longitudinal flow is used to estimate the static stability and deformation of the sea shore slope or of the deep sea and river channel slopes. The stability of shore slopes of a shallow sea or trapezoidal or triangular channels, which have cross-section dimension commensurable with the longitudinal wave length is estimated on the basis of an approximate solution of three-dimensional wave equations by the Galerkin-Kantorovich method. This solution, while preserving the three-dimensional structure of waves over the bank slope, leads to the results which can be easily used in engineering design.

Key words: longitudinal waves, flow, channel depth, bank deformation.

УДК 532.59+539.3

© Т.И. Хабахнашева¹, А.А. Коробкин^{1,2}¹Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск²Университет Восточной Англии, Норидж

tkhab@ngs.ru

ИМПУЛЬСИВНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ОБРУШАЮЩИХСЯ ВОЛН НА УПРУГИЕ БЕРЕГОВЫЕ СООРУЖЕНИЯ

Рассмотрены задачи об ударе волной с передним плоским фронтом по упругой вертикальной пластине, моделирующей поверхность прибрежных сооружений. Жидкость полагается слабо сжимаемой, ее течение рассматривается в рамках акустического приближения. Прогиб пластины и ее колебания, вызванные ударом, описываются с помощью линейной теории тонких однородных пластин без учета срезающих напряжений. Связь между гидродинамической и упругой частями задачи осуществляется с помощью динамического и кинематического условий на поверхности контакта. Для решения используется метод нормальных мод, приведенный к системе дифференциальных и интегральных уравнений, которые решаются численно. Исследованы эффекты, вызываемые структурным демпфированием пластины и сжимаемостью жидкости. Предложена новая комбинированная модель удара, в рамках которой на начальном этапе вычисления проводятся по модели сжимаемой жидкости, а затем – по модели несжимаемой жидкости.

Ключевые слова: обрушающаяся волна, упругая пластина, удар волной, сжимаемая жидкость, структурное демпфирование, изгибающие напряжения, комбинированная модель.

Конструкции, предназначенные для защиты берегов, гаваней и прибрежных сооружений, должны быть достаточно прочными, чтобы противостоять ударам волн. Такие конструкции являются довольно массивными, а их поверхность, обращенная к набегающим волнам, часто представляет собой вертикальную стенку, которая может быть жесткой, либо упругой, либо пористой, либо перфорированной. Волновые нагрузки, действующие на такие стенки для глубокой и мелкой воды перед стенкой, различаются. Для глубокой воды волны, набегающие на стенку, не опрокидываются и гидродинамические нагрузки на стенку имеют порядок гидростатического давления, связанного с повышением уровня воды на стенке. Эти давления малы, но длятся довольно долго, пока уровень воды поднимается и опускается вдоль стенки. Если известны амплитуда и длина набегающей волны, то величину и длительность таких волновых нагрузок можно определить достаточно точно.

Величина ударного давления существенно зависит от формы переднего фронта волны непосредственно перед ударом. При относительно малой глубине воды перед стенкой волны могут начать опрокидываться и ударять по стенке своим передним фронтом, почти параллельным стенке. В этом случае наблюдаются ударные давления большой амплитуды, но малой продолжительности [1]. Вероятность возникновения таких давлений мала и составляет несколько процентов.

Если волна начинает обрушиваться при приближении к стенке и в момент начала удара передний фронт волны наклонен к стенке, то возможен захват воздуха, который также значительно уменьшает ударные давления [2], но увеличивает их длительность [3]. Если волна подходит к стенке без обрушения, то наблюдается образование высокоскоростной вертикальной струи еще до того момента, когда фронт волны полностью

достигает стенки [4]. При этом максимум давления находится в основании струи и имеет порядок $1/2\rho_0 V^2$, где ρ_0 – плотность воды и $V(t)$ – скорость перемещения основания струи вдоль стенки.

Кроме того, жидкость на переднем фронте обрушающейся перед вертикальной стенкой волны может перемешиваться с воздухом. Наличие зон, насыщенных воздухом, уменьшает величину ударных нагрузок на стенку [5], однако увеличивает время их действия [3]. При атмосферном давлении 1 % воздуха в воде снижает скорость звука в такой смеси до 120 м/с и до 30 м/с при 20 % [1]. Поэтому в реальных условиях сжимаемость воды, насыщенной воздухом, необходимо учитывать в моделях удара крутой волной по вертикальной стенке и при расчётах, проектировании и строительстве сооружений в зоне обрушающихся волн.

Удары волн, когда передний фронт почти параллелен стенке и наличие воздуха между движущимся фронтом волны и стенкой не оказывает существенного влияния на процесс удара, довольно редки. Однако такие случаи следует выделять и исследовать по двум причинам. Во-первых, ожидается, что при таких ударах повреждения стенки и ударные давления будут максимальными по сравнению с другими режимами удара. Во-вторых, число параметров при ударе волной с передним вертикальным фронтом включает в себя только скорость волны и ее высоту. В реальных условиях течение вблизи стенки перед ударом и форма волны известны только приближенно, поэтому при оценках повреждений стенки представляется более надежным использовать именно интегральные, легко измеряемые, характеристики волн.

В настоящей работе жидкость считается слабо сжимаемой, причем ее характеристики могут зависеть от концентрации воздуха в жидкости вблизи области удара. Задача рассматривается в двухмерной постановке. Часть вертикальной стенки считается упругой. Это моделирует специальную конструкцию защитного берегового сооружения, у которого часть поверхности в области возможных ударов волн защищена упругим слоем или ящиками с упругими стенками. Такое упругое покрытие при повреждении можно легко заменить без проведения дорогостоящих работ на основной конструкции. Представлены численные алгоритмы расчета изгибающих напряжений и прогибов упругой части стенки, проведены тестовые расчеты.

Схема течения перед ударом показана на рис. 1. Форма набегающей волны является упрощенной и представляет собой гидравлический прыжок. Реальная форма волны вдали от стенки не учитывается. Такое приближение основано на наблюдении, что форма волны на расстоянии от стенки, превышающем половину глубины жидкости, не

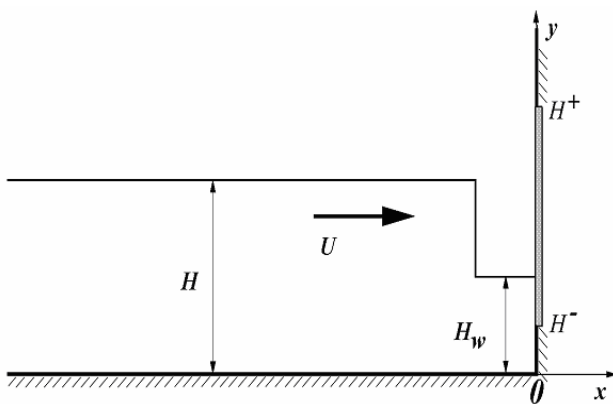


Рис. 1. Схема рассматриваемой задачи.

влияет существенно на величину ударных давлений на стенке [1]. Течение жидкости при ударе и деформации упругой части стенки определяются одновременно в рамках теории гидроупругости. Для оценки максимальных напряжений, возникающих в стенке при ударе, достаточно рассмотреть начальный этап процесса, длительность которого имеет порядок периода колебаний низшей моды стенки. Для металлических конструкций такой период в несколько микросекунд мал по сравнению с характерным временем волнового движения. Это позволяет для начального этапа процесса взаимодействия волны со стенкой пренебречь деформациями области течения, линеаризовать краевые условия и снести их на границу жидкой области в момент удара (см. рис. 1).

Такая модель удара волной для случая жесткой стенки была использована в [3]. В рамках акустического приближения конечно-разностным методом были вычислены давления, действующие на стенку. Отмечается, что результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментов. Обсуждается влияние процессов перемешивания воздуха с жидкостью в области удара на величину и эволюцию ударных давлений. В отличие от работы [3], в настоящей работе задача об ударе по жесткой стенке решена аналитически.

Показано, что для тонких упругих стенок с малой частотой собственных колебаний сжимаемостью жидкости можно пренебречь при расчете упругих деформаций стенки, но не при определении гидродинамических нагрузок. Отметим, что разработанные численные алгоритмы организованы таким образом, что для определения реакций упругой стенки прямых вычислений гидродинамических давлений на стенку не требуется.

Постановка задачи. В акустическом приближении рассматривается двумерная нестационарная задача об импульсивном воздействии крутой волны (волнового потока, профиль которого представляет собой прямоугольную ступеньку) по частично упругой вертикальной стенке. До момента удара ($t = 0$) область течения аппроксимируется полуполосой $x < 0$ и $0 < y < H$, где H – глубина жидкости (см.рис. 1). Жидкость ограничена снизу ровным горизонтальным дном, $x < 0$ и $y = 0$, а сверху – свободной границей $x < 0$ и $y = H$. Свободная граница в момент удара полагается строго горизонтальной и ровной. Часть вертикальной стенки, $x = 0$ и $0 < y < H_w$, находится в контакте с жидкостью до момента удара. Здесь $H_w < H$. Часть жидкой границы, $x = 0$ и $H_w < y < H$, соответствует переднему фронту волны, приближающейся к вертикальной стенке с постоянной скоростью U . Передний фронт волны считается вертикальным, а сама волна может рассматриваться как гидравлический прыжок амплитуды $H - H_w$, который достигает стенки в момент $t = 0$. Течение жидкости до и после удара считается потенциальным. Наличие воздуха в зазоре между фронтом волны и стенкой, капиллярные силы и весовость жидкости в настоящем анализе не учитываются. Жидкость полагается слабосжимаемой со скоростью звука c_0 и плотностью ρ_0 , которые могут зависеть от концентрации воздуха в области удара. Часть вертикальной стенки, $x = 0$, $H^- < y < H^+$, где $0 \leq H^- < H$, является упругой. В двумерном случае ее прогиб $w(y, t)$ описывается уравнением балки Эйлера с соответствующими условиями закрепления на концах. Погонная масса балки m_b , ее коэффициент жесткости EJ и коэффициент структурного демпфирования γ считаются известными. (Коэффициент структурного демпфирования описывает вязкие свойства материала, вызывающие затухание вынужденных колебаний балки. Остальная часть вертикальной стенки считается жесткой. Для балки, защемленной на концах, выполняются следующие краевые условия: $w = 0$ и $w_y = 0$ при $y = H^\pm$. Для шарнирно опертой балки имеем $w = w_{yy} = 0$ при $y = H^\pm$. Коэффициент демпфирования γ предлагается определять по данным вибрационного тестирования упругой части стенки без жидкости. Требуется определить прогибы упругой части стенки и изгибающие напряжения в ней в рамках линейной теории гидроупругости с учетом сжимаемости жидкости.

Задача рассматривается в безразмерных переменных, которые помечаются тильдой,

$$\tilde{x} = \frac{x}{H}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{H}, \quad \tilde{t} = \frac{t}{T}, \quad \tilde{\Phi} = \frac{\Phi}{UH}, \quad \tilde{q} = \frac{q}{\rho_0 c_0 U}, \quad \tilde{w} = \frac{w}{UT}, \quad T = \frac{H}{c_0}.$$

Здесь $\varphi(x, y, t)$ – потенциал скорости течения, вызванного ударом, $q(y, t)$ – распределение гидродинамического давления вдоль стенки, которое связано с потенциалом скорости, линейризованным интегралом Коши-Лагранжа, и T – акустический масштаб времени. В дальнейшем тильда опускается, и все переменные считаются безразмерными, если не оговорено противное.

Потенциал скорости $\varphi(x, y, t)$, гидродинамическое давление на стенке $q(y, t)$ и прогиб упругой части стенки $w(y, t)$ определяются решением следующей начально-краевой задачи в безразмерных переменных:

$$\varphi_{tt} = \varphi_{xx} + \varphi_{yy} \quad (x < 0, 0 < y < 1, t > 0), \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \quad (x < 0, y = 1), \quad (2)$$

$$\varphi_y = 0 \quad (x < 0, y = 0), \quad (3)$$

$$\varphi_x = -1 + w_t(y, t) \quad (x = 0, 1 - h_w < y < 1), \quad (4)$$

$$\varphi_x = w_t(y, t) \quad (x = 0, 0 < y < 1 - h_w), \quad (5)$$

$$q = -\varphi_t(0, y, t) \quad (0 < y < 1), \quad (6)$$

$$\varphi = \varphi_t = 0 \quad (t < 0), \quad (7)$$

$$\alpha w_{tt} + \beta \left(1 + \gamma_d \frac{\partial}{\partial t} \right) w_{yyyy} = q(y, t) \quad (h^- < y < h^+, t > 0), \quad (8)$$

$$w = w_t = 0 \quad (t < 0), \quad (9)$$

$$w = w_{yy} = 0 \quad (y = h^\pm), \quad (10)$$

где $h_w = \frac{H - H_w}{H}$, $h^\pm = \frac{H^\pm}{H}$, $\gamma_d = \frac{\gamma}{T}$, $\alpha = \frac{m_b}{\rho_0 H}$, $\beta = \frac{EJ}{\rho_0 c_0^2 H^3}$.

Решение задачи (1)–(10) зависит от трех геометрических параметров h_w , h^\pm и трех безразмерных параметров α , β и γ_d , определяемых упругими свойствами стенки и свойствами жидкости. Учет структурного демпфирования в уравнении балки (8) сделан по методу, описанному в [6]. Задача состоит из двух частей. Гидродинамическая часть задачи (1)–(7) служит для определения волновых нагрузок при условии, что прогиб стенки $w(y, t)$ известен. Вторая часть задачи (8)–(10) служит для определения прогиба пластины и упругих напряжений в ней по известному распределению гидродинамических давлений $q(y, t)$. Начальное условие (9) показывает, что до момента удара упругая пластина была не деформирована и строго вертикальна. Краевые условия (10) соответствуют условиям шарнирного закрепления краев пластины. Более сложные условия закрепления не представляют трудностей для метода решения, описанного ниже. Подробное обсуждение постановки (1)–(10) для родственной задачи об ударе струей сжимаемой жидкости по упругой пластине можно найти в [7]. В этой же работе предложен общий метод решения связанных задач гидроупругости. В приложении к задаче об ударе обрушающейся волной этот метод описан в следующем разделе.

Метод нормальных мод. Потенциал скорости $\varphi(x, y, t)$ и распределение гидродинамического давления вдоль стенки $q(y, t)$ отыскиваются в виде разложений:

$$\varphi(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x, t) \cos(\lambda_n y), \quad q(y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \cos(\lambda_n y), \quad \lambda_n = \frac{\pi}{2}(2n-1). \quad (11)$$

Система функций $\cos(\lambda_n y)$ является полной ортогональной системой на интервале $y \in [0; 1]$. Представление (11) для потенциала скорости течения $\varphi(x, y, t)$ удовлетворяет условиям (2) и (3) автоматически. Разложение (11) для $q(y, t)$ следует из (6). Подставляя представления (11) в уравнения (1)–(7) и решая полученную систему методом преобразования Лапласа, аналогично тому, как это сделано в [7], получаем формулу для коэффициентов $q_n(t)$:

$$q_n(t) = -v_n J_0(\lambda_n t) - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_0^t Y_n(\tau) J_0[\lambda_n(t-\tau)] d\tau, \quad (12)$$

где

$$Y_n(t) = 2 \int_{h^-}^{h_a} w(y, t) \cos(\lambda_n y) dy, \quad (13)$$

$$v_n = \frac{2}{\lambda_n} (-1)^n [1 - \cos(\lambda_n h_w)], \quad h_a = \min\{1, h^+\} \quad (14)$$

и $J_0(z)$ – функция Бесселя нулевого порядка. Заметим, что первое слагаемое в (12) определяет давление при ударе по жесткой стенке, когда $w(y, t) = 0$. Для жесткой стенки имеем:

$$q(y, t) = - \sum_{n=1}^{\infty} v_n J_0(\lambda_n t) \cos(\lambda_n y). \quad (15)$$

Прогиб пластины $w(y, t)$ ищется в виде разложения по модам колебаний балки в пустоте $\psi_m(y)$ так называемым «нормальным модам» [6]:

$$w(y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m(t) \psi_m(y). \quad (16)$$

Функции $\psi_m(y)$ удовлетворяют однородному дифференциальному уравнению:

$$\psi_m^{IV} = \mu_m^4 \psi_m \quad (h^- < y < h^+),$$

соответствующим краевым условиям на концах пластины и ортонормированы, μ_m – соответствующие собственные числа, по которым производится расчет частот собственных колебаний упругой пластины. Подставляя разложение (16) в уравнение пластины (8), интегрируя обе части уравнения по y от h^- до h^+ и учитывая свойства ортогональности и нормированности функций $\psi_m(y)$, приходим к бесконечной системе уравнений для коэффициентов разложения (16):

$$\alpha \ddot{a}_k + \beta \mu_k^4 \left(1 + \gamma_d \frac{\partial}{\partial t} \right) a_k = \int_{h^-}^{h_a} q(y, t) \psi_k(y) dy. \quad (17)$$

Заметим, что $q(y, t) = 0$ при $h_a < y < h^+$. Комбинация уравнений (12), (13) и (17) приводит к связанным системам дифференциальных

$$\ddot{b}_k + \beta \mu_k^4 (a_k + \gamma_d \dot{a}_k) = p_k(t) \quad (18)$$

и интегральных уравнений

$$\alpha a_k + \sum_{m=1}^{\infty} \int_0^t a_m(\tau) K_{km}(t-\tau) d\tau = b_k(t) \quad (19)$$

относительно искомым функций $a_k(t)$ и $b_k(t)$. Здесь $b_k(t)$ – вспомогательные искомые функции, не имеющие физического смысла. Остальные функции определяются формулами:

$$K_{mk}(t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} T_{nk} T_{nm} J_0(\lambda_n t), \quad (20)$$

$$p_k(t) = - \sum_{n=1}^{\infty} v_n T_{nk} J_0(\lambda_n t), \quad (21)$$

$$T_{nk} = \int_{h^-}^{h_n} \Psi_k(y) \cos(\lambda_n y) dy. \quad (22)$$

Важно отметить, что $K_{mk}(t) = K_{km}(t)$. Система уравнений (18) интегрируется при начальных условиях:

$$b_k(0) = \dot{b}_k(0) = 0, \quad (23)$$

которые следуют из анализа уравнений (19) при малых временах с учетом начальных условий (9).

Задача (18)–(23) решается численно. При этом удерживается N_e членов в разложении (16). Соответственно, в (18) и (19) $1 \leq k, m \leq N_e$. Производные в (18) аппроксимируются по формулам:

$$\frac{1}{2} [\dot{a}_k(t + \Delta t) + \dot{a}_k(t)] = \frac{1}{\Delta t} [a_k(t + \Delta t) - a_k(t)],$$

$$\frac{1}{2} [\ddot{a}_k(t + \Delta t) + \ddot{a}_k(t)] = \frac{1}{\Delta t} [\dot{a}_k(t + \Delta t) - \dot{a}_k(t)].$$

Интегралы в (19) вычисляются по формуле Симпсона, причем:

$$\int_0^{t+\Delta t} a_m(\tau) K_{km}(t-\tau) d\tau = \frac{1}{3} \Delta t K_{km}(0) a_m(t + \Delta t) + S_{km}^t,$$

где S_{km}^t зависят от решения на предыдущих шагах по времени. При вычислении рядов (20) и (21) удерживается N_f слагаемых.

Отметим, что масштаб времени T , используемый при анализе, связан с акустическими эффектами, а не с поведением упругой стенки. Существенные изменения функций $K_{km}(t)$ и $p_k(t)$, зависящих от безразмерного времени t , происходят на временах порядка единицы. Эти функции затухают при $t \rightarrow \infty$. Характерный временной масштаб упругих прогибов может существенно отличаться от акустического масштаба. В таких случаях систему (18)–(19) можно приближенно заменить более простой и более пригод-

ной для численного исследования системой. Прежде чем перейти к упрощенным моделям удара волной по упругой стенке, рассмотрим подробнее распределение и эволюцию акустического давления при ударе по жесткой стенке.

Гидродинамическое давление при ударе по жесткой стенке. Для жесткой стенки ударное давление вычисляется по формуле (15). Подставляя в (15) представление (14) и проводя несложные преобразования, получаем:

$$q(y,t) = P(1+y,t) + P(1-y,t) - P(1-h_w+y,t) - P(|1-h_w-y|,t) \operatorname{sign}(1-h_w-y), \quad (24)$$

$$P(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin[\lambda_n z]}{\lambda_n} J_0[\lambda_n t]. \quad (25)$$

Ряд (25) можно вычислить в явном виде, но получаемые аналитические выражения зависят от соотношения между z и t . Удобнее вычислять ряд (25) непосредственно, но при этом требуется удерживать в этом ряде достаточно много слагаемых. На рис. 2, а) в безразмерных переменных показана зависимость от времени акустического давления $q_{an}(0,t)$ на стенке при $y=0$ для глубины жидкости 2 м и высоты волны 0.5 м, вычисленная по аналитической формуле. На рис. 2, б) показаны абсолютные отклонения $|q(0,t) - q_{an}(0,t)| \times 100$ при различном числе слагаемых, удерживаемых при вычислении ряда (25). Видно, что ста членов ряда достаточно для расчетов давления с погрешностью, не превышающей 4 %.

На рис. 3 показана эволюция давления в разных точках стенки при ударе по жесткой стенке волной, движущейся по сухому руслу, $h_w=1$. Давление на стенке осциллирует, принимая как положительные, так и отрицательные значения. При скорости волны 1 м/с размерное максимальное давление равно 15 атм, а минимальное – 7.5 атм при скорости звука в чистой воде 1500 м/с. Такое давление можно получить, если привести стенку, находящуюся в контакте с водой, в движение мгновенно. Однако при ударе волной следует ожидать давлений значительно меньших по величине за счет наличия воздуха между стенкой и фронтом волны, а также за счет кривизны переднего фронта волны. Кроме того, следует ожидать более быстрого затухания давления по времени за счет вязкости жидкости.

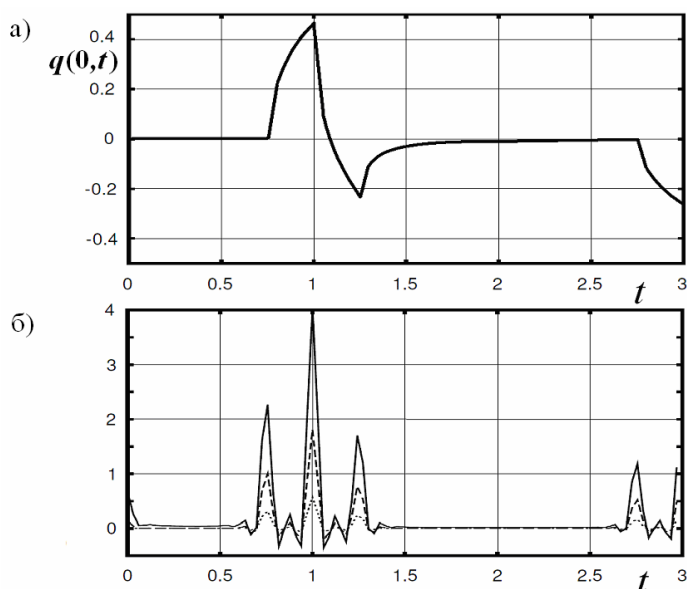


Рис. 2. Эволюция давления в основании стенки, вычисленная по аналитическим формулам (а) и абсолютная ошибка, умноженная на 100, между давлением внизу стенки, вычисленным по формулам (25), (26) при удержании 100 (сплошная линия), 500 (пунктирная линия) и 5000 (точечная линия) слагаемых в ряде (26) – (б) (все переменные безразмерные).

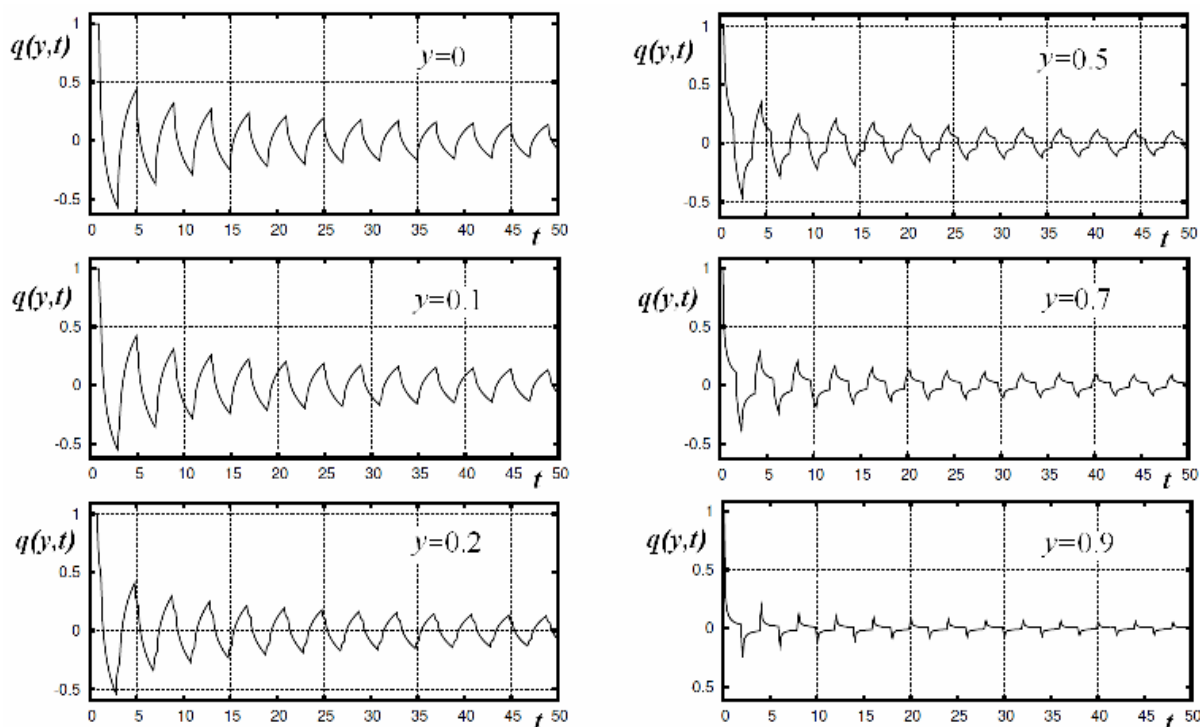


Рис. 3. Зависимость от времени ударных давлений в различных точках вертикальной жесткой стенки для волны с передним вертикальным фронтом, движущейся по сухому руслу (все переменные безразмерные).

Распределения гидродинамического давления вдоль стенки в разные моменты времени показаны на рис. 4. Угловые точки на графиках распределений соответствуют дошедшим в данную точку y в данный момент времени t волнам разрежения или сжатия. Давление довольно равномерно распределено. Давление вдоль всей стенки в некоторые промежутки времени положительно (например, при $0 < t < 1$, $4 < t < 5$), тогда как в другие – отрицательно (например, при $2 < t < 3$, $6 < t < 7$), следовательно, гидродинамическая нагрузка, действующая на жесткую стенку со стороны набегающей по сухому руслу волны, осциллирует и значительна по амплитуде.

Горизонтальная сила, действующая на жесткую вертикальную стенку при ударе, вычисляется по формуле:

$$F(t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos[\lambda_n h_w]}{\lambda_n^2} J_0[\lambda_n t],$$

а момент относительно нижней точки стенки – по формуле:

$$M(t) = F(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n}{\lambda_n^2} J_0[\lambda_n t]$$

в безразмерных переменных. Масштабы силы и момента равны $\rho_0 c_0 UH$ и $\rho_0 c_0 UH^2$, соответственно. Безразмерные силы и моменты показаны на рис. 5 при $h_w = 1$ (волна движется по сухому дну) и $h_w = 0,5$ (высота волны равна глубине жидкости перед ней).

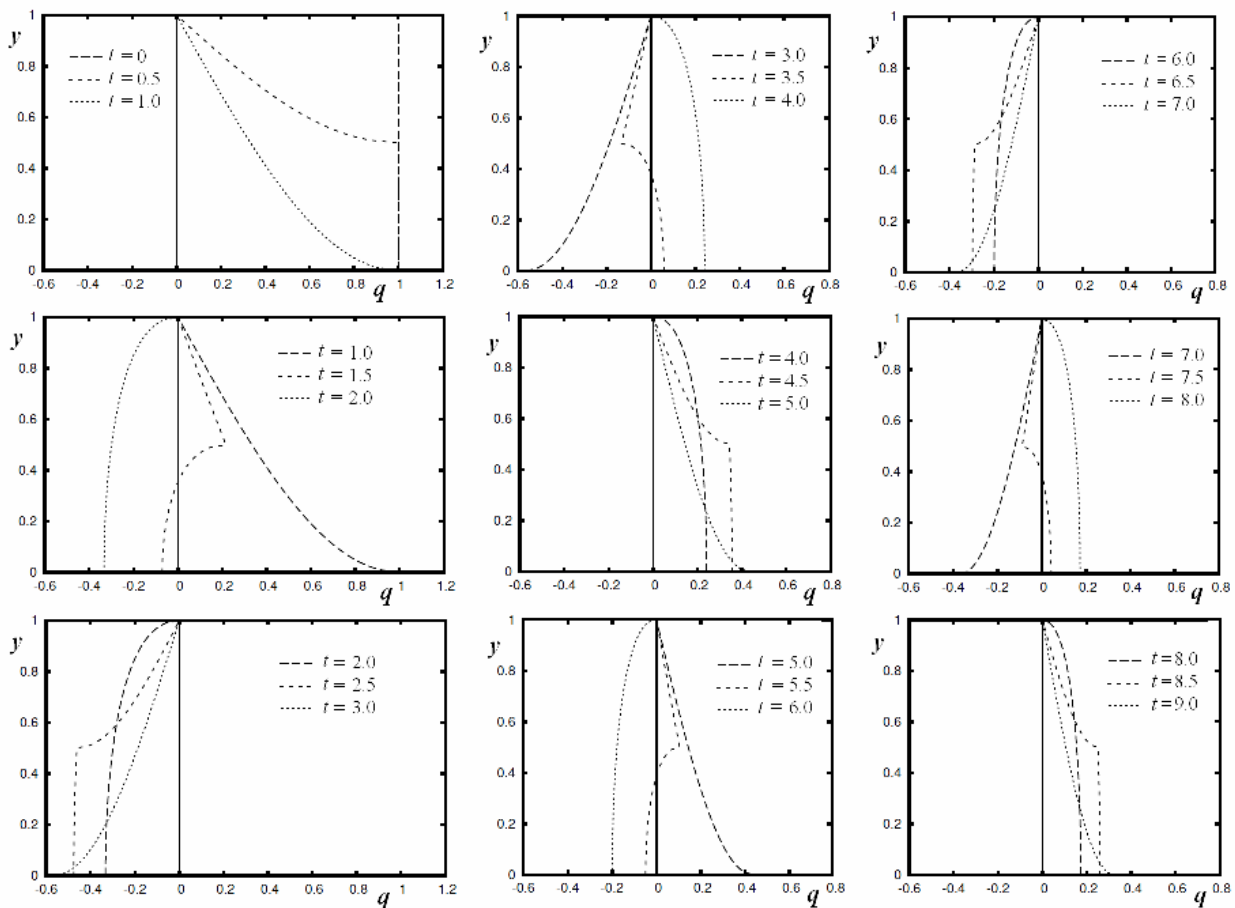


Рис. 4. Распределение давления вдоль стенки в разные моменты времени (все переменные безразмерные).

Упрощенные модели. В задаче о взаимодействии волны с передним вертикальным фронтом и упругой стенкой присутствуют два масштаба времени. До сих пор использовался только масштаб времени T , связанный с акустическими эффектами. Вторым масштабом времени связан с характерным временем отклика стенки на приложенные нагрузки. В качестве этого масштаба можно принять период низшей моды собственных колебаний сухой пластины T_1 . Для шарнирно закрепленной стальной пластины длиной L и толщиной h_b имеем:

$$T_1 = 0,42L^2 / h_b,$$

где L измеряется в метрах, h_b – в миллиметрах, T_1 – в секундах. Для стальной пластины длиной 1 м и толщиной 2 см находим $T_1 \approx 0,021$ с. Для глубины жидкости 2 м и

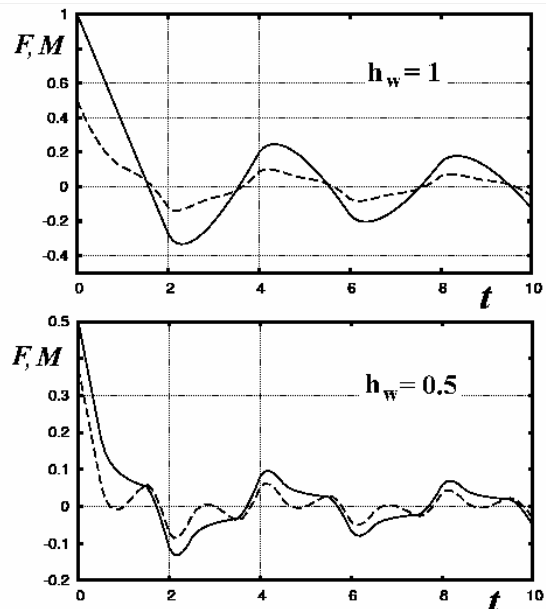


Рис. 5. Сила (сплошная линия) и момент (пунктирная линия), действующие на жесткую вертикальную стенку, при ударе по ней волной с $h_w = 1$ и $h_w = 0.5$ (все переменные безразмерные).

скорости звука 1500 м/с акустический масштаб времени равен $T \approx 0.0013$ с. Видно, что T_1 в 15 раз больше чем T . Можно ожидать, что колебания гидродинамического давления на стенке, которые происходят на временном масштабе порядка T , оказывают слабое влияние на прогиб упругой стенки и напряжения в ней.

Упругие колебания пластины зависят от акустических эффектов, когда $T_1 \approx T$. Последнее соотношение для стальной пластины и чистой воды дает $h_b/L \approx 630L/H$, а для воды с 1 % содержанием воздуха $h_b/L \approx 50L/H$. В последнем случае и при длине пластины 1 м и глубине жидкости 2 м имеем, что акустические эффекты важны при толщине стальной пластины больше чем 2.5 см. При этом система (18), (19) не допускает упрощений, и ее решение существенно изменяется на временах порядка единицы (в безразмерных переменных).

Модель несжимаемой жидкости. Если $T_1 \gg T$, то следует ожидать, что искомые функции системы (18), (19) являются медленно меняющимися функциями в отличие от функций $K_{km}(t)$ и $p_k(t)$. Можно показать, что тогда в главном порядке при $T_1/T \rightarrow 0$ справедливы следующие асимптотические формулы:

$$\int_0^t a_m(\tau)K_{km}(t-\tau)d\tau \approx a_m(t)\tilde{K}_{km}, \quad p_k(t) \approx \delta(t)\tilde{P}_k, \quad (26)$$

$$\tilde{K}_{km} = \int_0^\infty K_{km}(\tau)d\tau = 2 \sum_{n=1}^\infty \lambda_n^{-1} T_{nk} T_{nm}, \quad (27)$$

$$\tilde{P}_k = \int_0^\infty p_k(\tau)d\tau = - \sum_{n=1}^\infty \lambda_n^{-1} v_n T_{nk}. \quad (28)$$

Ряды в (27) и (28) сходятся как n^{-3} при $n \rightarrow \infty$.

С учетом приближенных формул (26) уравнение (19) принимает вид:

$$(\alpha \mathbf{I} + \mathbf{K})\vec{a} = \vec{b}, \quad (29)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица, \mathbf{K} – симметричная матрица с элементами \tilde{K}_{km} , определяемыми формулой (27), $\vec{a} = (a_1(t), a_2(t), \dots)^T$ и $\vec{b} = (b_1(t), b_2(t), \dots)^T$. Подставляя (29), (26) и (28) в (18), получаем одно матричное дифференциальное уравнение относительно неизвестного вектора $\vec{a}(t)$:

$$(\alpha \mathbf{I} + \mathbf{K})\vec{a}_t + \Lambda[\vec{a} + \gamma_d \vec{a}_t] = 0, \quad (30)$$

которое интегрируется численно тем же методом, что и система (18) (19), но при ненулевых начальных условиях:

$$\vec{a}(0) = 0, \quad \vec{a}_t(0) = (\alpha \mathbf{I} + \mathbf{K})^{-1} \vec{P}, \quad (31)$$

где $\vec{P} = (\tilde{P}_1, \tilde{P}_2, \dots)^T$ с элементами \tilde{P}_k , задаваемыми формулой (28); $\Lambda = \text{diag}\{\beta \mu_k^4\}$ – диагональная матрица.

Сравнение результатов расчетов для модели сжимаемой жидкости (18)–(23) и модели несжимаемой жидкости (30)–(31) показаны на рис. 6, 7. Расчеты выполнены для стальной пластины длиной 1 м и толщиной 2 см. Нижний край пластины находится на расстоянии 1 м от дна. Пластина шарнирно закреплена. Глубина жидкости 2 м и высота волны 0.5 м. Скорость удара 1 м/с. Заметим, что прогибы и напряжения линейно зависят

от скорости удара. Шаг по времени равен 0.01 при интегрировании системы (18)–(19) и системы (30). Расчеты выполнены для 10 упругих мод, $N_e = 10$. В рядах (20), (21) и (27), (28) удерживалось 100 членов.

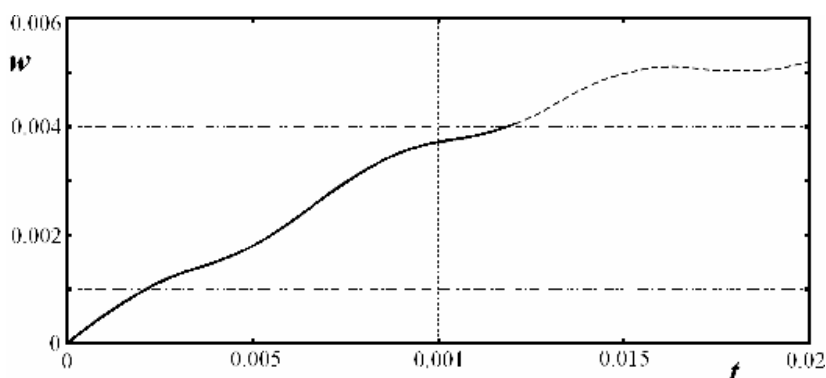


Рис. 6. Прогиб в центре упругой пластины (в метрах) в зависимости от времени (в секундах) на начальном этапе, вычисленный в модели сжимаемой жидкости (линия) и модели несжимаемой жидкости (пунктир) без учета структурного демпфирования, $\gamma=0$.

Рис. 6 показывает, что даже на начальном этапе взаимодействия результаты, полученные с учетом и без учета акустических эффектов, практически совпадают. Напомним, что в данном случае период первой моды колебаний упругой пластины равен 0.021 с, а характерное время для акустических эффектов равно 0.0013 с.

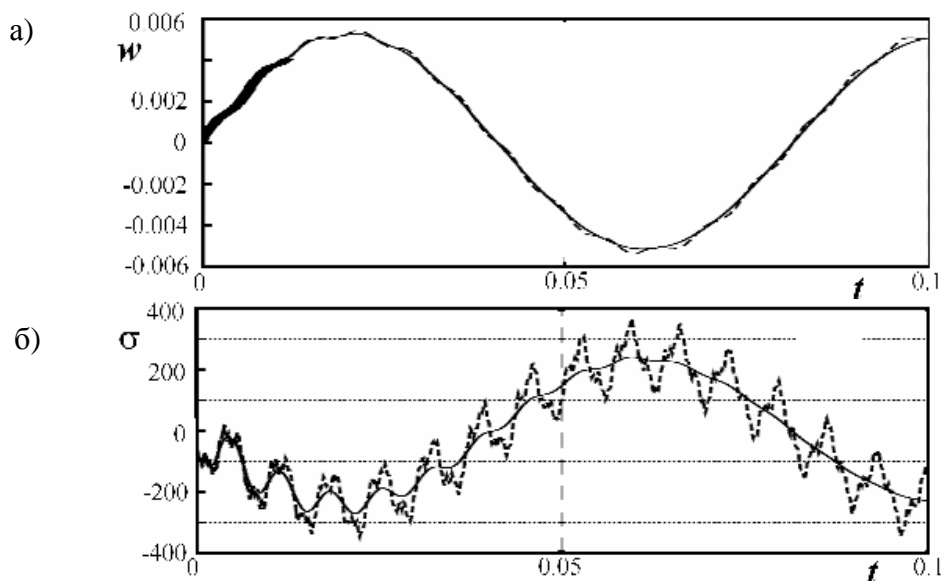


Рис. 7. Прогиб (а) (в метрах) и относительное удлинение (б) (в микроstrainах) в зависимости от времени (в секундах) в центре упругой пластины, вычисленные в модели сжимаемой жидкости (толстая сплошная линия) и модели несжимаемой жидкости без учета структурного демпфирования, $\gamma=0$ (пунктирная линия), и при $\gamma=0,0001$ (тонкая сплошная линия).

На рис. 7, а) показана эволюция прогиба на большем интервале времени с учетом и без учета структурного демпфирования. Коэффициент демпфирования мал и затухание колебаний незначительное, однако, демпфирование значительно влияет на амплитуды высших мод колебаний. Этот эффект особенно проявляется при расчете напряжений. На рис. 7, б) дано относительное удлинение в центре упругой пластины, умноженное на 10^6 (в микроstrainах). Видно, что даже малое демпфирование значительно уменьшает вклад

высших упругих мод в напряжения. Заметим, что период колебаний пластины, представленных на рис. 7, примерно в четыре раза превышает период собственных колебаний в воздухе первой упругой моды. Это объясняется эффектом «присоединенной массы» для упругих пластин, находящихся в полном или частичном контакте с жидкостью.

Таким образом, модель несжимаемой жидкости (30) с ненулевыми начальными условиями (31) может быть рекомендована для расчета напряжений в упругой части стенки, если период ее первой моды значительно превышает характерное время акустических эффектов.

Комбинированная модель. Если период первой моды колебаний пластины в воздухе T_1 незначительно превышает характерное время акустических эффектов T , то предлагается проводить расчеты по модели сжимаемой жидкости (18)–(23) для некоторого начального этапа $0 < t < t^*$ и продолжить расчеты в рамках модели несжимаемой жидкости (30), используя акустическое решение при $t = t^*$ в качестве начальных условий. Такой подход основан на наблюдении того, что значительные по величине гидродинамические давления при ударе продолжают на начальном этапе длительностью нескольких единиц безразмерного времени (см. рис. 3). В дальнейшем давление осциллирует и затухает.

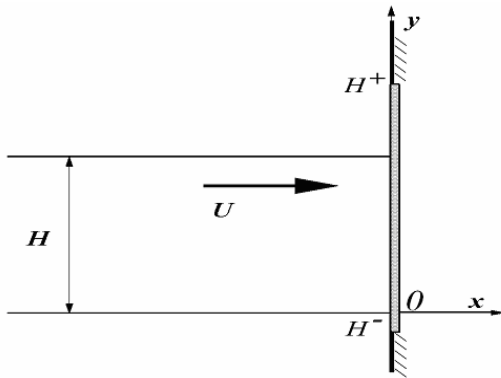


Рис. 8. Схема расчета задачи об ударе струей по упругой пластине.

Расчеты с помощью комбинированной модели выполнены для двухмерной задачи об ударе струей по упругой пластине. Геометрия течения в этом случае представлена на рис. 8. Рассматривался удар по стальной пластине (модуль Юнга $E = 21 \times 10^{10}$ Н/м², плотность $\rho_b = 7875$ кг/м³ и коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$) длиной 1 м и толщиной 2 см. Для результатов, приведенных на рис. 9, ширина струи 20 см, а ее центр расположен в точке на расстоянии 25 см от нижнего края пластины, скорость удара 25 м/с. Отметим, что гидродинамическое давление и упругие реакции пластины линейно зависят от скорости удара. В приведенных расчетах удерживалось 20 мод для пластины ($N_e = 20$) и 10 мод для гидродинамической части задачи ($N_f = 10$). Безразмерный шаг по времени выбирался равным $\Delta t = 0,05$, что соответствует $6,7 \times 10^{-6}$ с в размерных величинах. На рис. 9 приведены прогибы (а) и относительные удлинения (б) в точке на высоте 25 см, совпадающей с центром струи, полученные по модели сжимаемой жидкости (сплошная кривая) и по комбинированной модели. Штриховые линии соответствуют переходу от сжимаемой к несжимаемой жидкости при безразмерном времени $t^* = 1$, а точечные — $t^* = 2$.

Видно, что и прогибы и удлинения при использовании комбинированной модели находятся в хорошем соответствии с результатами, полученными для случая сжимаемой жидкости. Согласование результатов для случая $t^* = 2$ лучше, чем для $t^* = 1$. Тестовые расчеты также показали, что чем больше t^* , тем прогибы и напряжения ближе к значениям, полученным для сжимаемой жидкости. Однако применение модели сжимаемой жидкости на первых единицах безразмерного времени ($t \approx 1,3 \times 10^{-4}$ с) уже достаточно для корректного описания процесса. Отметим, что при этом время достижения максимальных значений прогибов и удлинений имеет порядок нескольких миллисекунд.

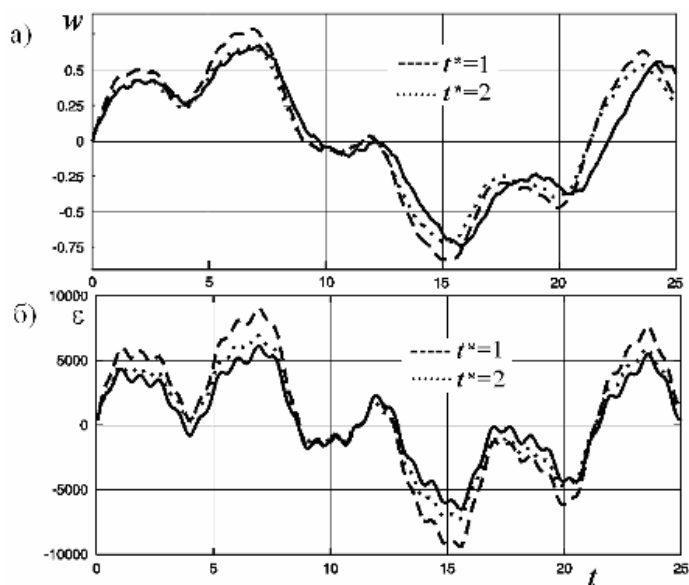


Рис. 9. Прогибы (в сантиметрах) (а) и относительные удлинения (в микроstrainах) (б) в точке на высоте 25 см, полученные по модели сжимаемой жидкости (сплошная линия) и по комбинированной модели. Штриховые линии соответствуют переходу от сжимаемой к несжимаемой жидкости при безразмерном времени $t^* = 1$, а точечные – $t^* = 2$. По горизонтали отложено время в микросекундах.

Аналогичные расчеты для толщины пластины 1.5 см и струи шириной 1 м (центр струи, совпадает с центром пластины) при тех же остальных параметрах задачи приведены на рис. 10. Здесь безразмерное время смены модели течения $t^* = 0,5$ и $t^* = 1$, однако единица времени в размерных переменных в этом случае равна $6,7 \times 10^{-4}$ с.

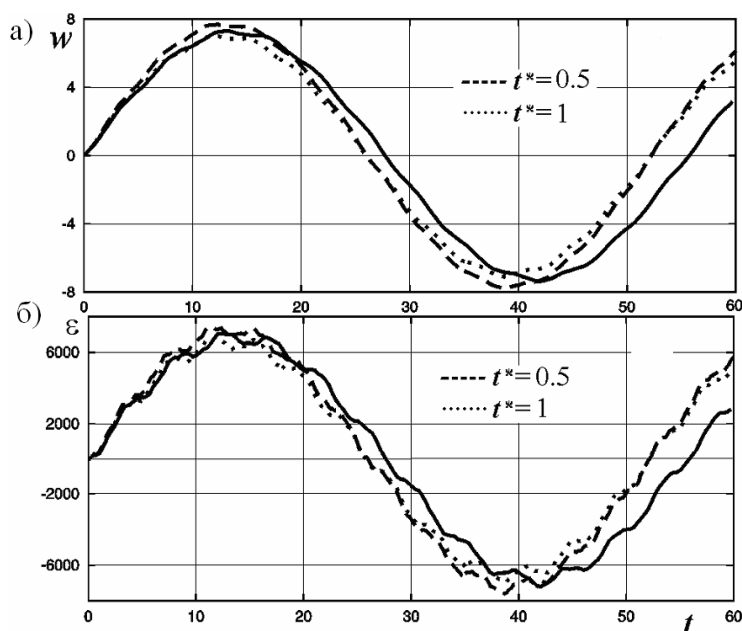


Рис. 10. Прогибы (в сантиметрах) (а) и относительные удлинения (в микроstrainах) (б) в центре пластины, полученные по модели сжимаемой жидкости (сплошная линия) и по комбинированной модели. Штриховые линии соответствуют переходу от сжимаемой к несжимаемой жидкости при безразмерном времени $t^* = 0,5$, а точечные – $t^* = 1$. По горизонтали отложено время в микросекундах.

Таким образом, можно сделать вывод, что самое начало процесса удара является определяющим для упругих реакций пластины. Более точную и адекватную модель сжимаемой жидкости достаточно применить на временах, сравнимых со временем, равным толщине слоя жидкости, деленной на скорость звука в нем. Затем можно использовать более простую модель несжимаемой жидкости.

Исследована начальная стадия удара волной с почти вертикальным передним фронтом по упругой пластине. Использована модель слабосжимаемой жидкости. Представлены численные алгоритмы для расчета изгибающих напряжений в стенке и ее прогибов, проведены тестовые расчеты. Исследованы распределение гидродинамического давления при ударе по жесткой стенке и влияние структурного демпфирования пластины на ее гидроупругое поведение при ударе. Показано, что максимумы прогибов и удлинений пластины, в основном, определяются низкочастотными модами, которые при учете демпфирования затухают медленнее, чем высокочастотные. Поэтому результаты, полученные без учета структурного демпфирования, дают достаточно точную оценку прогибов, но несколько завышенные значения удлинений и напряжений в пластине, что связано с удержанием высокочастотных мод колебаний пластины. Если предметом исследования являются продолжительные колебания пластины при ударе, то вычисления обязательно должны проводиться с учетом демпфирования.

Исследованы две упрощенные модели процесса удара волной с передним плоским фронтом по упругой стенке – модель несжимаемой жидкости и комбинированная модель, в рамках которой вычисления на начальном этапе проводятся по модели сжимаемой жидкости, а затем – по модели несжимаемой жидкости. Показано, что самое начало процесса удара является определяющим для правильного расчета упругих реакций пластины.

Описанные в статье особенности эволюции давлений необходимо учитывать при расчётах, проектировании и строительстве инженерных сооружений в зоне обрушающихся волн.

Представленные результаты и алгоритмы допускают обобщение на трехмерные задачи, что может быть выполнено с помощью подхода, описанного в [7].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 20.4 и программы специализированных отделений РАН № 2.14.2.

Литература

1. *Peregrine D.H.* Water-wave impact on walls // *Annual Rev. Fluid Mech.* 2003. V.35. P.23–43.
2. *Bagnold R.A.* Interim report on wave-pressure research // *Proc. Inst. Civil Eng.* 1939. V.12. P.201–226.
3. *Weggel J.R., Maxwell W.H.* Numerical model for wave pressure distribution // *J. of Waterways, Harbors and Coastal Eng.Div.* 1970. V.96. P.623–642.
4. *Cooker M.J., Peregrine D.H.* Computations of violent motion due to waves breaking against a wall // *Proc. 22nd Int. Conf. Coast Eng.* 1990. V.1. P.164–176.
5. *Коробкин А.А.* Плоская задача об ударе вертикальной стенкой по слою частично аэрированной жидкости // *ПМТФ.* 2006. Т.47. № 5. С.34–46.
6. *Филиппов А.П.* Колебания деформируемых систем. М.: Машиностроение, 1970. 734 с.
7. *Korobkin A.A., Khabakhpasheva T.I., Wu G.X.* Coupled hydrodynamic and structural analysis of compressible jet impact onto elastic panels // *J. Fluids and Structures.* 2008. V.24. No.7. P.1021–1041.

Статья поступила в редакцию 08.09.2010 г.

