

Рецензии

*Индейцев Д.А.,
Кузнецов Н.Г.,
Мотыгин О.В.,
Мочалова Ю.А.*

Локализация линейных волн. – СПб.: СПбГУ, 2007. – 342 с.

Явление локализации волн привлекло внимание исследователей около полувека назад. По-видимому, первым исследователем этой формы колебаний жидкости в гидродинамике был Фриц Урселл (Fritz Ursell, 1923), ему принадлежит и определение локализованной моды колебаний (1951), которая названа им «ловушечной модой» (trapped mode). В настоящее время исследование этого явления осуществляется как с теоретических позиций, так и экспериментальным путем. К сожалению, большинство полученных результатов находится в малодоступных русскоязычному читателю источниках. Указанный пробел, в известной мере, восполняет рецензируемая книга. Она состоит из двух частей. В первой части¹ рассматриваются вопросы локализации волн в упругих телах: волны в одномерных упругих конструкциях с сосредоточенными и распределенными включениями, волны в двумерных конструкциях с распределенными включениями, а также высокочастотные локализованные моды колебаний в упругих конструкциях.

Вторая часть² посвящена локализации волн в жидкости, где в рамках линейной теории показаны интересные и оригинальные результаты по локализации волн, что представляет большой интерес при решении задач фундаментальной и прикладной гидрофизики.

Глава 5 начинается с рассмотрения общей формулировки задачи Коши-Пуассона, вводятся уравнения движения и ставятся краевые условия: однородное условие Неймана на неподвижной границе, кинематическое и динамическое условия на свободной границе. Движение жидкости предполагается безвихревым, что позволяет ввести потенциал скоростей и, в силу несжимаемости жидкости, рассматривать уравнение Лапласа (которое, впрочем, не выявляет волновых решений: эти решения получаются при удовлетворении граничных условий на свободной поверхности). Поставленная граничная задача о нахождении потенциала является нелинейной, поскольку граничные условия на свободной поверхности являются нелинейными и, кроме того, вид свободной поверхности не известен и должен быть определен в процессе самого решения. Далее анализируется возможность применения метода разложения по малому параметру (метода возмущений), причем, отмечается обоснованность его при достаточно малых относительной высоте волны (определяемой как отношение высоты волны к глубине жидкости) и параметре Урселла³. Производится процедура линеаризации, причем в дальнейшем исследовании рассматривается начально-краевая задача для потенциала скоростей первого порядка, т.е. линейная задача теории волн. При этом оказывается возможным объединить два условия на свободной поверхности в одно — смешанное условие для потенциала скоростей.

В главе 6 изучаются волны, локализованные вблизи береговой линии и бегущие вдоль нее без изменения профиля. При этом дно может иметь произвольный профиль.

¹ Главы 1–4, авторы Д.А.Индейцев и Ю.А.Мочалова.

² Главы 5–9, авторы Н.Г.Кузнецов и О.В.Мотыгин.

³ Параметр Урселла – безразмерная величина, равная произведению относительной высоты и квадрата относительной длины волны.

Указаны условия, при которых локализованные моды колебаний жидкости существуют. Отмечено влияние формы дна на существование точечных собственных значений соответствующих краевых задач. Рассмотрена краткая история задачи, приведены формулы, полученные Джорджем Стоксом (George Gabriel Stokes, 1819–1903) и Урселлом, указаны условия единственности этих решений. Представлены решения для частных случаев формы дна. Авторы отмечают хорошее соответствие полученных строгих утверждений с результатами численных расчетов.

Глава 7 посвящена анализу локализации волн погруженными препятствиями, подводными цилиндрическими телами; рассматриваются полностью погруженные горизонтальные цилиндры и цилиндрические возвышения на горизонтальном дне, а также вертикальные цилиндры полного профиля. Выполняются оценки частот колебаний жидкости, локализованных вблизи горизонтальных цилиндров, ниже так называемой частоты отсечки⁴. Строятся пробные функции, производятся оценки собственных частот. Выполняется сравнение с известными оценками и примерами локализованных мод. Рассматриваются вертикальные цилиндрические тела, погруженные в канал. В качестве иллюстрации препятствий, наличие которых приводит к локализации волн, рассмотрены тонкая вертикальная пластинка, расположенная посередине канала; вертикальный цилиндр, частично проходящий через жидкость; вертикальная периодическая граница жидкости.

В главе 8 изучается локализация волн частично погруженными телами. Изучается вопрос о единственности решения. Отсутствие локализованных мод доказано для любого числа тел, удовлетворяющих так называемому геометрическому условию Йона⁵ (Fritz John, 1910–1994), ниже частоты отсечки. Выше частоты отсечки доказана единственность в случае двух симметричных тел, удовлетворяющих упомянутому условию, при соблюдении некоторых дополнительных ограничений. Если же условия не выполняются, показана возможность существования нетривиальных решений для однородной задачи и приведен ряд примеров неединственности. Развита дипольная модификация обратной схемы, позволяющая доказать существование локализованных решений, включая и случай ниже частоты отсечки. Приведенные примеры указывают на необходимость постановки геометрических ограничений в формулировках теорем единственности.

Глава 9 посвящена исследованию волн на ограниченной свободной поверхности, т.е. рассматриваются колебания жидкости в цилиндрических областях, когда поперечное сечение свободной поверхности ограничено. Изучается задача о колебаниях жидкости в полупространстве, накрытом твердой крышкой с двумя параллельными прорезями одинаковой длины. Авторы получили полное описание спектра. Были обнаружены новые свойства, связанные с зависимостью собственных колебаний от геометрических характеристик. Далее рассмотрена задача более общая с геометрической точки зрения, а именно: случай, когда жидкость находится в канале с произвольным поперечным сечением. Авторам удалось установить простоту фундаментального решения задачи и в этом случае.

В целом, чтение книги предполагает наличие основательной математической подготовки и не представляется легким занятием. Отметим, что для задач прикладной гидрофизики важно уметь оценивать влияние локализации волн для оценки нагрузок на морские объекты – по-видимому, и такая книга когда-нибудь будет написана. Несомненными достоинствами книги являются строгая логичность и ясность изложения и большой, тщательно подобранный список литературы (226 наименований). Можно надеяться, что данная книга найдет своего благодарного читателя.

© В.В.Максимов

⁴ Частота отсечки — граница области сплошного, или непрерывного спектра.

⁵ Условие Йона означает, что любая вертикальная линия, проходящая через свободную поверхность, не пересекает смоченную поверхность погруженного тела.

Шамин Р.В.

**Вычислительные эксперименты в моделировании
поверхностных волн в океане.** – М.: Наука, 2008. – 133 с.

Среди работ по вычислительной математике немалую часть занимают работы по гидродинамике, в частности по поверхностным волнам идеальной жидкости. В настоящее время в связи с бурным развитием вычислительной техники возможности для проведения вычислительных экспериментов в этой области существенно выросли. Для решения задач используются различные численные методы, которые имеют свои достоинства и недостатки. Автор изучает роль «экспериментальной» математики при изучении волновых процессов.

Новые теоретические результаты, полученные автором, делают возможным построение вычислительных экспериментов, имеющих доказательную силу. Автор рассматривает методы, которые позволяют получать конструктивную оценку времени существования решений, описывающих динамику поверхностных волн.

Книга состоит из введения и семи глав.

В первой главе автор рассматривает набор «инструментальных» средств, которые далее предполагает использовать: элементы функционального анализа и численных методов, основы «научного» программирования и используемых языков программирования. Следует отметить, что утверждение автора, будто используемый в этих целях алгоритмический язык Fortran имеет больше недостатков, чем достоинств по сравнению с применяемым объектно-ориентированным языком C++, представляется, в известной мере, полемичным и может служить темой для возможной дискуссии.

Во второй главе автором приводятся уравнения Эйлера, описывающие движение идеальной несжимаемой жидкости, приводятся граничные условия. Далее осуществляется переход к случаю двухмерного течения, имеющего свободную границу и распространяющегося в жидкости бесконечной глубины. В силу несжимаемости жидкости и существования потенциала скоростей, задача сводится к интегрированию уравнения Лапласа для потенциала с удовлетворением нелинейных граничных условий на неизвестной границе. Далее осуществляется конформное преобразование области, занятой движущейся жидкостью, в полуполосу. Удачно сделанное преобразование сводит исходную задачу к системе интегро-дифференциальных уравнений относительно двух комплексных функций, которые связаны с исходными значениями свободной поверхности и значениями потенциала на свободной поверхности преобразованием Гильберта. Полученные уравнения имеют название уравнений Дьяченко. Как важный частный случай рассматриваются приложения уравнений для нахождения волнового профиля и потенциала на границе.

В третьей главе рассмотрена корректность уравнений, введены шкалы функциональных пространств, доказаны теоремы о существовании и единственности решений уравнений Дьяченко.

Четвертая глава посвящена численным методам расчета поверхностных волн. В ней описан и обоснован абстрактный проекционный метод. Рассмотрено применение проекционного метода с использованием рядов Фурье; приводится обобщение этого метода с использованием аппарата регуляризации некорректных задач, что позволяет строить различные проекционные методы, в частности на неравномерной сетке. В конце главы рассматриваются методы дискретизации на основе кубических сплайнов с периодическими условиями.

В пятой главе дается общая схема программы моделирования поверхностных волн в океане, рассматривается программа расчета профиля гравитационной волны. Приводятся листинги используемых подпрограмм. Указывается, что для анализа вычислений более

важным является не представление графика профиля волны, а спектры решений в логарифмическом масштабе. Автор утверждает, что «по поведению спектра можно судить о «качестве» решения». Действительно, если решение принадлежит к классу аналитических функций, то логарифмические спектры (при отсутствии ошибок округления) должны стремиться к убывающим линейным функциям.

Шестая глава посвящена обоснованию вычислительных экспериментов. Рассматриваются дифференциальные уравнения в шкалах гильбертовых пространств и их конечно-мерная аппроксимация. Доказанные теоремы применяются для оценки времени существования поверхностных волн в идеальной жидкости. Вводится понятие оценочной функции, значение которой указывает на наличие или отсутствие решений.

В седьмой, заключительной главе приводятся отдельные примеры вычислительных экспериментов. Моделируются стоячие и стационарные волны, а также обрушающаяся волна. Приведены профили волны и спектры решения в различные моменты времени. Для апробации методов оценки времени существования решения приведено моделирование релей-тейлоровской неустойчивости.

В аннотации к книге указано, что она предназначена «для математиков, специалистов в области численных методов, океанологов». Представляется, что она окажется интересной и более широкому кругу читателей. Остается пожелать автору дальнейших успехов в нелегком деле моделирования точных уравнений поверхностных волн.

© В.В.Максимов

*Kharif C.,
Pelinovsky E.,
Slunyaev A.*

Rogue Waves in Ocean. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. – 216 p.

Под термином «волны-убийцы» понимаются волны большой высоты, неожиданно появляющиеся на морской поверхности как бы из ниоткуда и также неожиданно и быстро исчезающие. На английском языке для их обозначения используются термины «freak waves», «rogue waves», «giant waves». В инженерных приложениях часто под «волной-убийцей» понимается большой гребень, который сопровождается неглубокой, но протяженной впадиной, находящейся впереди или позади огромной волны. Изучение таких огромных и необычных волн важно как для кораблестроения, в связи с необходимостью обеспечения живучести судов при сильном волнении, так и для морской гидротехники, занимающейся научным обоснованием, проектированием и строительством портовых сооружений, а также нефтяных и газовых платформ на морском шельфе. В настоящее время общепринятым является амплитудный критерий «волны-убийцы»: ее высота должна превышать «значительную высоту ветровых волн» в 2–2,2 раза (значительная высота ветровых волн в океанографии определяется как среднее значение одной трети больших волн).

Конечной целью исследования «волны-убийцы» является разработка методов ее прогноза. Это весьма многоплановая задача, которая включает изучение статистики (частоты встречаемости) «волн-убийц» на основе длинных рядов наблюдений, которые постоянно накапливаются для различных акваторий Мирового океана. Так как статистика аномальных волн зависит от многих географических факторов (батиметрии морского дна, очертаний береговой линии, течений, циклонов, ураганов), то важно изучить физику происхождения этих волн, что позволит районировать акваторию Мирового океана по степени рис-

ка (основываясь только на данных наблюдений, это затруднительно сделать для многих районов), а также понять условия, предшествующие появлению «воин-убийц». В последние 35 лет разрабатываются разнообразные модели «волн-убийц», проводится обширное лабораторное моделирование этого явления, проходят международные конференции, публикуются работы обзорного характера.

В рецензируемой книге обобщены результаты исследований, посвященных физическому и математическому моделированию «волн-убийц». Материал в книге расположен следующим образом: небольшое введение, в котором описана постановка проблемы и приведены примеры воздействия рассматриваемых волн на морские объекты и берега, пять глав и заключение. Библиографические ссылки указаны в конце каждой главы.

В первой главе описаны способы наблюдения «волн-убийц», исторические и современные свидетельства их появления, основы инструментальной регистрации и указывается важность изучения временных рядов для обнаружения волн. Отмечено появление нового способа регистрации с помощью радара со связанной апертурой, установленного на космических летательных аппаратах.

Вторая глава содержит детерминистские и статистические подходы к изучению «волн-убийц». В случае детерминистского описания выводятся уравнения сохранения массы и количества движения, ставятся граничные условия, производится линеаризация уравнений с учетом малости амплитуды волн, составляется дисперсионное уравнение. При статистическом описании обсуждается возможность применения распределения Рэлея, строится волновой спектр, изучаются кинетические модели. Далее рассматриваются возможные механизмы генерации «волн-убийц»: взаимодействие волн с течением, геометрическая или пространственная фокусировка ветровых волн. Обсуждаются фокусировки, вызванные разными факторами: дисперсией волнового пакета, модуляционной неустойчивостью и столкновением солитонов.

В третьей главе рассматриваются различные источники квазилинейной фокусировки: геометрическая фокусировка, дисперсионное сжатие волнового пакета. Приведены точные решения для дельта-функции и в случае гауссова волнового пакета. Исследована фокусировка волны под воздействием ветра, а также взаимодействие волн с течением — возможным механизмом появления «волн-убийц».

Четвертая глава посвящена изучению «волн-убийц» в жидкости конечной и бесконечной глубины. Рассмотрена модуляционная неустойчивость в рамках полностью нелинейных уравнений и уравнения Шрёдингера. Обсуждается построение решения задачи Коши, нелинейно-дисперсионный механизм формирования «волны-убийцы», а также роль солитонов и неустойчивых мод. В рамках полностью нелинейных уравнений приведен спектральный метод высокого порядка и метод граничных интегральных уравнений. Обсуждается численное моделирование «волн-убийц», вызванное модуляционной неустойчивостью и столкновением солитонов, предложен статистический подход к изучению этих волн. Приведены результаты лабораторных экспериментов по дисперсии волновых пакетов при наличии и отсутствия ветра. Завершает главу рассмотрение пространственных «волн-убийц»; даны примеры обнаружения и нелинейного анализа временного ряда, позволяющего выявить эту волну, а также статистика регистраций «волн-убийц» в естественных условиях.

В пятой главе обсуждаются различные модели «волн-убийц», образующихся в условиях мелкой воды; рассматривается вывод нелинейных моделей на мелкой воде, а затем, для случая одной степени свободы, изучается фокусировка волнового поля, связанная с нелинейностью и дисперсией; приводятся результаты численного моделирования нерегулярных волновых полей на основе уравнения Кортевега де Вриза и условия появления пространственных «волн-убийц», а также появление аномально высоких волн на отлогом

берегу и у вертикальных стенок волнозащитных сооружений. В конце главы изучен накат волны на плоский отлогий берег.

В заключительной части авторы отмечают, что, несмотря на достигнутый прогресс в понимании возможных механизмов генерации «волн-убийц», нерешенные проблемы остаются. Необходимо создание вычислительных алгоритмов, позволяющих моделировать полностью нелинейные волновые модели в пространственной постановке, поскольку поведение волн в плоском и пространственном случаях могут кардинально различаться, и те факторы, которые являются определяющими при оценке воздействия волны в двухмерной постановке, в случае трех измерений могут быть – и зачастую оказываются – не основными.

Книга написана увлекательно, читается с большим интересом, содержит большое количество рисунков, графиков, результатов расчетов и выразительных иллюстраций проявления этого необычного, во многом еще непонятого исследователям явления, получившего столь грозное название «волн-убийц». Как представляется, в силу универсальности математического аппарата, книга окажется очень полезной как тем исследователям, которые только начинают изучать проблематику аномально высоких волн, так и специалистам в области гидрофизики, которые работают в других предметных областях и, быть может, уже встречались с подобными явлениями при решении своих задач.

Для читателя, заинтересовавшегося данной книгой, укажем сайт, с которого можно загрузить ее (в ознакомительных целях) в электронном варианте: <http://gen.lib.rus.ec/>.

© В.В.Максимов