



Тематический выпуск

**СОДЕРЖАНИЕ**

Волны-убийцы в океане ( <i>Предисловие</i> ) .....	4
<b>Статьи</b>	
<b><i>Физические и численные модели больших волн</i></b>	
<i>Чаликов Д.В.</i> Портрет волны-убийцы .....	5
<i>Шамин Р.В.</i> Моделирование волн-убийц на основе эволюционных дифференциальных включений .....	14
<i>Слюняев А.В., Сергеева А.В.</i> Численное моделирование и анализ пространственно-временных полей аномальных морских волн .....	24
<i>Бадулин С.И.</i> Трехмерные волны-убийцы. Еще раз о Новогодней волне .....	37
<i>Кузнецов С., Сапрыкина Я.</i> Экспериментальные исследования возникновения волн-убийц при эволюции узкого спектра крутых волн .....	52
<i>Захаров В.Е., Дьяченко А.И.</i> Вычислительные эксперименты и волны-убийцы ....	64
<i>Шургалина Е.Г., Пелиновский Е.Н.</i> Проявление аномально больших волн зыби на фоне слабого ветрового волнения .....	77
<i>Диденкулова И.И., Пелиновский Е.Н., Родин А.А.</i> Формирование экстремальных волн на мелкой воде с учетом обрушения .....	89
<b>Из истории науки</b>	
<i>Смирнов В.Г.</i> Ф.П. Литке, Э.Х. Ленц и исследование приливов.....	99
<b>Конференции</b> .....	106
<b>Хроника</b> .....	113
Правила представления материалов в редакцию.....	115

## CONTENTS

### Articles

#### *Physical and Numerical Models of Giant Waves*

- Chalikov D.V.* The Portrait of Freak Wave ..... 5

The methods of extreme waves modeling are discussed. The exact one-dimensional model for potential waves is used for simulation of extreme wave up to onset of breaking. The evolution of wave shape and its energy are represented. The destroying properties of wave are discussed.

**Key words:** conformal mapping, numerical modeling, surface waves, extreme waves, waves-killers.

- Shamin R.V.* Modeling of Rogue Waves on the Basis of Evolutionary Differential Inclusions 14

Evolutionary differential inclusions as generalization of the dynamic equations describing superficial waves on water are considered. The correctness of approximation of the initial equations by means of differential inclusions is shown. Application of differential inclusions as methods of data of the initial equations to systems of the ordinary differential equations, and also applications of the received disperse dynamic systems for a substantiation of computing experiments is shown.

**Key words:** rogue waves, differential inclusions, dynamic systems.

- Slunyaev A.V., Sergeeva A.V.* Numerical Simulations and Analysis of Spatio-Temporal Fields of Rogue Waves ..... 24

The approach to generation by virtue of numerical simulations and analysis of realistic strongly nonlinear gravity wave fields is given. The waves are represented by temporal-spatial surface elevation fields. The obtained information is used with the purpose of building up spatial and temporal sequences of surface elevation, study of the spatio-temporal nonlinear wave dynamics, detailed analysis of rogue events and their evolution. The paper reports on preliminary results of the wave processing, which emphasize the rich variety of rogue wave shapes observed in the numerical simulations.

**Key words:** rogue waves, freak waves, sea surface waves, numerical simulations.

- Badulin S.I., Ivonin D.V.* Three-Dimensional Freak Waves. Once More on New Year Wave 37

The simplest weakly nonlinear models of three-dimensional water waves are presented. The spatio-temporal spectral estimates of the New Year Wave record show a pronounced effect of the harmonic  $f_{3/2} = 3/2 f_m$ ,  $f_m$  – spectral peak frequency) that corresponds to the maximum of five-wave instability and a harmonic with an intermediate frequency that can be related to the well-known modulational four-wave instability. The results are discussed in the context of possible scenarios of freak wave occurrence.

**Key words:** freak waves, wind-driven waves, modulational instability, resonant interactions.

- Kuznetsov S.Yu., Saprykina Ya.V.* Experimental Investigations of Freak Waves Arising During the Evolution of Narrow Spectrum of Steep Waves ..... 52

Process of freak waves formation as a result of transformation of initial narrow wave spectrum considered on the base of laboratory experiments. It is demonstrated that downshifting of spectral maximum occurs during the propagation of steep initially monochromatic and bichromatic waves. This downshifting is the main reason of variability of amplitude-frequency contents of individual waves and, as sequence, the freak wave's formation. In paper is considered how the evolution of spectrum depends on initial steepness of waves and spectral wideness.

**Key words:** freak waves, modulation instability, wave group structure, discrete frequency downshifting.

*Zakharov V.E., Dyachenko A.I.* Numerical Experiments and Freak Waves .....

64

In the article the problem of appearance of freak wave at the surface of deep water is considered. Two analytical models are proposed for two-dimensional ideal fluid. The first model is based on the conformal mapping in the exact Euler equations of the domain occupied by the fluid to the lower half-plane. In the second model canonical transformation is applied for approximate Hamiltonian. Simple nonlinear equation for normal canonical variable is derived as the result. Numerical experiments are performed to simulate freak wave formations for both models.

**Key words:** freak waves, free-surface hydrodynamics, conformal mapping, Zakharov's equation, numerical simulation.

*Shurgalina E., Pelinovsky E.* Development of Freak Swell Wave in a Weak Wave Field .....

77

Interference of unidirectional swell and wind waves in deep water in frameworks of linear potential theory is considered. Wind waves are described by Pierson–Moskowitz spectrum, and swell – by the frequency-modulated wave packet. It is noticed that in case of a variable wind in a storm area the swell waves can be focused on some distance from the origin area, forming abnormal big waves («freak waves»). A visibility of the freak wave swell of different shapes in wind wave field is examined.

**Key words:** water waves, wind waves, freak waves, dispersive focusing, life-time of freak waves.

*Didenkulova I., Pelinovsky E., Rodin A.* Formation of Shallow Water Rogue Waves Taking into Account Wave Breaking Effects .....

89

Formation of extreme waves (rogue waves) in a basin of constant depth is studied in the framework of nonlinear shallow water theory. It is shown that unidirectional propagation of non-breaking waves does not lead to the increase in the probability of rogue wave occurrence, though the wave field deviates from Gaussian. Wave breaking effects do not influence on this result, although in the case of large-amplitude waves the reflected wave appears and in the case of irregular wave field it may contribute to the formation of rogue wave as the result of wave collision. At the same time the collision of long irregular waves with a smooth profile and wave collision with a vertical wall increases the probability of rogue wave occurrence. The contribution of the wave breaking in this case is studied for different scenarios of wave collision for waves of different amplitudes.

**Key words:** water waves, long waves, nonlinear waves, rogue waves, wave breaking.

## Волны-убийцы в океане

Настоящий специальный выпуск журнала «Фундаментальная и прикладная гидрофизика» является продолжением предыдущего выпуска (т.4, № 4), посвященного теме «Волны-убийцы в морях и океанах». Если в первом выпуске были собраны экспериментальные и «наблюдательные» статьи, то во втором обсуждаются теоретические проблемы описания физических механизмов появления волн-убийц, их численного и лабораторного моделирования, статистических свойств. Напомним читателям, что под волнами-убийцами в настоящее время понимаются неожиданно возникающие на короткое время аномально большие волны, высота которых превышает значительную высоту ветрового волнения в два раза и более. Пока еще не совсем ясно, являются ли они частью экстремальных волн, всегда изучаемых в океанологии (под последними в теории обычно понимались волны большой амплитуды, в статистическом смысле описываемые теми же закономерностями, что и более слабые волны), или же это новый класс волновых движений, не имеющий аналога в ансамбле ветровых волн. Собранные здесь статьи демонстрируют различные подходы к описанию феномена «волны-убийцы», и полученные результаты позволяют существенно продвинуться в понимании этих волн, их свойств и статистики. В большинстве случаев для численного моделирования аномально больших волн используются сильнонелинейные физические модели ветровых волн, основанные на уравнениях Эйлера, что позволило описать волны большой амплитуды вплоть до их обрушения. Данные лабораторного моделирования и наблюдений волн-убийц в натуральных условиях активно используются как для тестирования численных моделей, так и для интерпретации реальных данных, что абсолютно необходимо для понимания природы описываемых волн.

Выпуск специальных номеров журнала «Фундаментальная и прикладная гидрофизика» с участием авторов, работающих как в России, так и за рубежом, является первым в русскоязычной литературе изданием, специально посвященным феномену волн-убийц в морях и океанах.

*Е.Н. Пелиновский, А.В. Слюняев*

УДК 532.5.031, 532.593, 551.466.3

© С.И. Бадулин<sup>1,2</sup>, Д.В. Ивонин<sup>1</sup>, 2012<sup>1</sup> Институт океанологии им.П.П. Ширшова РАН, Москва<sup>2</sup> Новосибирский государственный университет

badulin@ioran.ru

## ТРЕХМЕРНЫЕ ВОЛНЫ-УБИЙЦЫ. ЕЩЕ РАЗ О НОВОГОДНЕЙ ВОЛНЕ

Представлен анализ простейших слабонелинейных моделей трехмерного морского волнения. Методами пространственно-временного спектрального оценивания показано наличие в спектрах записи Новогодней волны-убийцы помимо главного пика на частоте  $f_m$  пика с частотой  $f_{3/2} = 3/2 f_m$ , отвечающего максимуму пятиволновой неустойчивости, и гармоники промежуточной частоты, которая может быть интерпретирована как результат модуляционной четырехволновой неустойчивости. Результаты обсуждаются в связи с возможными сценариями формирования трехмерных волн-убийц.

**Ключевые слова:** волны-убийцы, ветровое волнение, модуляционная неустойчивость, резонансные взаимодействия.

Особое место волн-убийц в ряду актуальных фундаментальных и прикладных проблем исследования волновых процессов определяется принципиальными трудностями их экспериментального и теоретического исследования [1, 2]. Экспериментальное знание об этом грозном явлении ограничено считанными примерами инструментального наблюдения и большим количеством разной степени достоверности наблюдений, сопровождаемых еще большим числом домыслов, догадок и гипотез. Теоретическое исследование волн-убийц становится, по сути, единственной альтернативой физическому эксперименту в силу очень низкой повторяемости таких волн, технических сложностей морского и лабораторного эксперимента и, не в последнюю очередь, чрезвычайно высокой стоимости этих экспериментов. В то же время очевидно, что успех теоретических исследований в значительной степени определяется корректным анализом имеющихся скудных данных наблюдений и экспериментов, которые позволяют выявить существенные черты явления и интерпретировать их в терминах физических моделей.

Основной линейный механизм возникновения волн-убийц – дисперсионная фокусировка – изучен достаточно подробно [2, 3]. Локальное усиление волны может происходить из-за разности фазовых скоростей различных гармоник волнового поля. Наличие пространственной неоднородности течений или глубины океана может приводить как к усилению волнового поля в среднем, так и усиливать дисперсионную фокусировку [4, 5]. Подчеркнем, что оба линейных механизма могут быть рассмотрены без существенных ограничений и для трехмерных волн-убийц (волновые переменные зависят от двух горизонтальных и вертикальной координат).

Необходимость исследования нелинейных механизмов возникновения волн-убийц, с одной стороны позволяет перейти к физически более корректным моделям, с другой – вынуждает вводить дополнительные приближения и идеализации задачи. Ограничение двумерными задачами (одна горизонтальная и одна вертикальная координаты) позволяет исследовать динамику волн-убийц в рамках точных уравнений гидродинамики, полностью учитывая нелинейные эффекты [6–9]. Обращение к численному моделирова-

нию оказывается совершенно неизбежным в этих задачах. В то же время удается получить важные аналитические результаты [10, 11] и, что, на наш взгляд, крайне важно, продемонстрировать связь сценариев эволюции в рамках точных уравнений с хорошо исследованной слабонелинейной волновой динамикой, в первую очередь, с явлением модуляционной неустойчивости.

Ограничение, связанное с двумерностью задачи, является весьма существенным по целому ряду причин. Во-первых, результаты многих наблюдений волн-убийц подчеркивают именно их трехмерную структуру. В качестве примера можно вспомнить инцидент с учебным крейсером «Жанна д'Арк» (4 февраля 1963 г.): компактная группа из трех аномально крутых волн (оценка длины волны около 100 м) имела «короткие гребни (600–800 м), круто спадающие к краям» [12]. Другой пример – встреча танкера «Таганрогский залив» с волной-убийцей, представлявшей собой впадину [13]. При этом, по свидетельствам очевидцев, волна была существенно трехмерной – «ни вправо, ни влево продолжения волны не было». Третий пример трехмерности волн-убийц – знаменитая Новогодняя волна, остающаяся на протяжении полутора десятков лет уникальным примером измеренной волны-убийцы [14, 15]. Эта волна была измерена на вспомогательной необитаемой платформе Draupner S в Северном море 1 января 1995 г. Ее размах (разность гребень–впадина) 25.6 м более чем в 2 раза превышал значимую высоту волнения (около 10.5 м). В то же время, для наблюдателей на основной обитаемой платформе Draupner E, находящейся в сотне метров, эта исключительная волна прошла совершенно незамеченной.

Вторая причина необходимости выхода за рамки двумерных задач – принципиальное обогащение нелинейной динамики волн, особенно наглядно видимое в слабонелинейных задачах. Увеличение размерности задачи означает возможность новых типов резонансов для волн на воде. Именно этот аспект выделяется многими специалистами при обсуждении перспектив исследования волн-убийц [16].

Численное моделирование трехмерных волн на воде не достигло в настоящее время уровня, позволяющего достаточно полно и математически корректно исследовать процессы возникновения волн-убийц. Серьезные надежды связаны с асимптотическими подходами, рассматривающими слабые отклонения от двумерной задачи, без существенных ограничений на амплитуды волн [17]. Такие подходы показывают как более богатую динамику волн, так и возможность возникновения волн-убийц с существенно большей в сравнении с двумерной задачей амплитудой.

В нашей работе будут рассмотрены некоторые особенности динамики трехмерных волн на воде в приближении слабой нелинейности. Очевидно, что проблема волн-убийц не может быть исследована в подобном приближении. Тем не менее, такое рассмотрение позволяет описать качественно физические процессы, предшествующие этому экстремальному событию и в значительной степени определяющие физические черты данного события.

Мы начнем с задачи о модуляционной неустойчивости волн на воде. В трехмерном случае наличие множества волновых компонент (фурье-компонент в линейном пределе) означает не только развитие неустойчивости каждой из таких компонент, но и возможность «взаимодействия неустойчивостей», способного приводить и к росту неустойчивости, и к относительной стабильности волновой системы [18, 19].

Задача о подковообразных структурах, образующихся в результате пятиволновых резонансных взаимодействий [20], тесно связана с задачей о модуляционной неустойчивости волн на воде. Совершенно аналогично пятиволновые взаимодействия в системе из трех волн могут порождать модуляции на масштабах времени  $T_5 \sim (ak)^{-2}$  (для четырехволновой модуляционной неустойчивости  $T_4 \sim (ak)^{-1}$ ). Замечательно, что максимальная возможная величина амплитуды волны оказывается одинаковой в обоих случаях – и че-

тырехволновой, и пятиволновой модуляции  $A_{\max}/A_{\min} = \sqrt{3}$  (см. [1]). Принципиальная особенность пятиволновых модуляций состоит в том, что они выделяют направления и частоты волн-спутников, а это позволяет сформулировать простой критерий проверки гипотезы о возможной роли пятиволновых процессов в возникновении волн-убийц – наличие в спектре гармоник с частотами спутников, т.е.  $\omega_5 \approx 3/2\omega_0$  ( $\omega_0$  – частота основной волны,  $\omega_5$  – частота волн спутников).

Правомерность такой гипотезы мы иллюстрируем известным и, казалось бы, досконально изученным примером Новогодней волны [14, 15, 21].

### Неустойчивость трехмерных слабонелинейных волн

**Особенности модуляционной неустойчивости трехмерных волн на воде.** Важность учета эффектов трехмерности может быть продемонстрирована в задачах устойчивости частных решений для слабонелинейных волн на воде [19, 22]. Главный общий результат такого анализа – существенная модификация неустойчивости по сравнению с модуляционной неустойчивостью плоской волны Стокса. В общем случае трехмерная волна менее неустойчива, чем волна Стокса с такой же энергией: парциальные неустойчивости составляющих гармоник определяются, очевидно, меньшими волновыми амплитудами. Кроме парциальных неустойчивостей отдельных гармоник в трехмерных волнах возникают новые неустойчивости пар различных гармоник (неустойчивости класса  $1b$  по терминологии [23]) и возможность так называемого взаимодействия неустойчивостей [19], когда последние определяются близостью более чем двух собственных значений в соответствующей задаче на собственные значения [24]. Исследование подобных задач представляет, на первый взгляд, чисто академический интерес, однако может послужить отправной точкой в поисках возможных сценариев развития волн-убийц.

В связи с проблемой поиска таких сценариев рассмотрим задачу о неустойчивости стационарной трехмерной волны, распространяющейся в направлении  $x$  с фазовой скоростью  $C_p$  и периодической в перпендикулярном направлении  $y$ . В линейном приближении простейшей структурой такого рода является суперпозиция двух плоских волн равной частоты, распространяющихся под некоторым углом друг к другу [19, 23]. В приближении слабой нелинейности таким структурам отвечают так называемые квазилинейные состояния [24–27] – точные решения слабонелинейных уравнений, представляющих собой конечную сумму слабонелинейных гармоник. Заметим, что такое представление реализуется при переходе к специальным динамическим переменным – слабонелинейным аналогам гармоник Фурье линейной задачи.

Рассмотрим простейшее двухпериодическое квазилинейное решение, используя гамильтонов подход для волн на воде ([25, 28, 29], см. также [18, 19]). В терминах нормальных переменных такое решение может быть представлено суммой двух  $\delta$ -функций:

$$b(\mathbf{k}) = b_1\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)\exp(i\Omega_1 t) + b_2\delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_2)\exp(i\Omega_2 t). \quad (1)$$

Выражение (1) является точным решением уравнения Захарова при соответствующем выборе частот  $\Omega_1, \Omega_2$ . Из условия стационарности формы волны в направлении  $x$  и линейного дисперсионного соотношения волн на воде имеем компоненты волновых векторов:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 &= (1, 0), \quad \mathbf{k}_2 = (p_0, q_0); \\ \Omega_1 &= 1, \quad |\mathbf{k}_2|^2 = p_0^2, \quad q_0 = p_0(p_0^2 - 1)^{1/2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для периодичности в направлении  $x$  следует потребовать рациональность волнового числа  $p_0 = m/n$  ( $m, n$  – целые числа). В (2) ускорение свободного падения  $g = 1$  и волновые вектора обезразмерены на волновое число  $|\mathbf{k}_1|$ . Сравним неустойчивости решений различной геометрии с равной энергией, т.е. рассмотрим устойчивость решений семейства (1), (2), удовлетворяющих условию

$$H_{II} = |b_1|^2 + p_0 |b_2|^2 = \text{const} . \quad (3)$$

В (3)  $H_{II}$  – энергия квазилинейного состояния (1), (2) в линейном приближении. Введем параметр  $\varphi$ , определяющий распределение энергии между гармониками:

$$\begin{aligned} |b_1| &= (H_{II})^{1/2} \cos \varphi \\ |b_2| &= \left( \frac{H_{II}}{p_0} \right)^{1/2} \sin \varphi. \end{aligned} \quad (4)$$

В системе, состоящей из двух гармоник, возможны резонансные комбинации, приводящие к неустойчивостям различных типов. «Классическая» модуляционная неустойчивость связана с двумя идентичными гармониками (неустойчивость класса 1a по терминологии [23]) и парой гармоник возмущения бесконечно малой амплитуды:

$$\begin{aligned} 2\mathbf{k}_1 &= (\mathbf{k}_1 + \mathbf{h}) + (\mathbf{k}_1 - \mathbf{h}), \\ 2\omega(\mathbf{k}_1) &= \omega(\mathbf{k}_1 + \mathbf{h}) + \omega(\mathbf{k}_1 - \mathbf{h}) \end{aligned} \quad (5)$$

и

$$\begin{aligned} 2\mathbf{k}_2 &= (\mathbf{k}_2 + \mathbf{h}) + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{h}), \\ 2\omega(\mathbf{k}_2) &= \omega(\mathbf{k}_2 + \mathbf{h}) + \omega(\mathbf{k}_2 - \mathbf{h}). \end{aligned} \quad (6)$$

Неустойчивости класса 1b связываются с резонансами двух различных составляющих решения ( $\mathbf{k}_1$  и  $\mathbf{k}_2$  в нашем случае) и двух гармоник возмущения:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 &= (\mathbf{k}_1 + \mathbf{h}) + (\mathbf{k}_2 - \mathbf{h}), \\ \omega(\mathbf{k}_1) + \omega(\mathbf{k}_2) &= \omega(\mathbf{k}_1 + \mathbf{h}) + \omega(\mathbf{k}_2 - \mathbf{h}). \end{aligned} \quad (7)$$

На рис. 1 показаны резонансные кривые (6), (7). «Классические» резонансы (5), (6) дают хорошо знакомые «восьмерки» Филлипса, «смешанному» резонансу (7) отвечают гантелеобразные кривые.

Оценки инкрементов неустойчивостей для «классических» резонансов (5), (6) элементарны и дают с учетом параметризации (4)

$$\gamma_1 = \frac{H_{II} \cos^2 \varphi}{4\pi^2}, \quad (8)$$

$$\gamma_2 = \frac{H_{II} p_0^5 \sin^2 \varphi}{4\pi^2}. \quad (9)$$

Коэффициенты взаимодействия для резонансов (7) хорошо приближаются степенной зависимостью от волнового числа гармоники-спутника, что дает

$$\gamma_{12} = \frac{H_{II} p_0^{0.521}}{4\pi^2}. \quad (10)$$



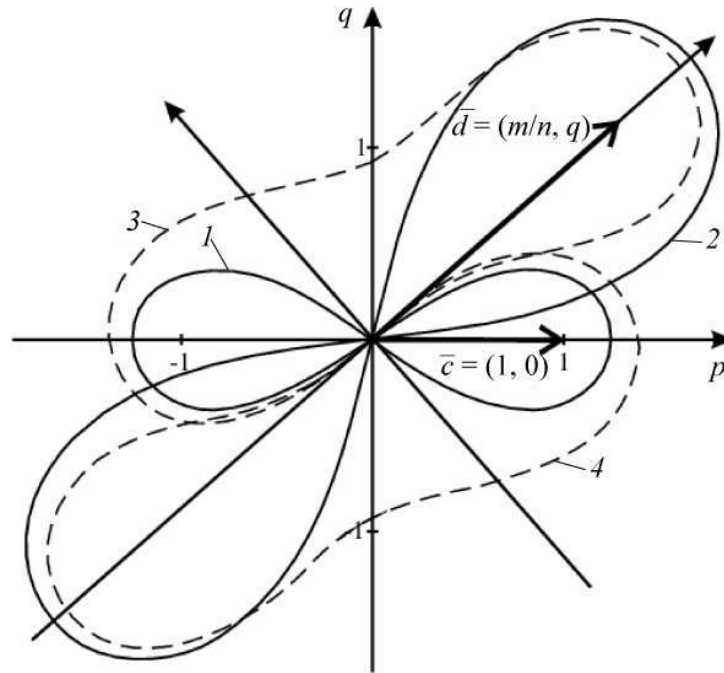


Рис. 1. Кривые резонансной неустойчивости для двухпериодического решения (1), (2). Сплошными кривыми 1, 2 показаны «восьмерки» Филиппа, удовлетворяющие резонансным условиям (5), (6), штриховыми кривыми 3, 4 – «смешанные» резонансы для условия (7).

На рис. 2 показаны зависимости инкрементов парциальных неустойчивостей решения (1), (2) от параметров распределения амплитуд между гармониками  $\varphi$  и  $x$ -компоненты волнового вектора сателлита  $p_0 = m/n$ . Вид этих зависимостей позволяет сформулировать важный результат: для семейства рассматриваемых трехмерных волновых решений существует область относительно слабо неустойчивых волн при  $0.6 < 1/p_0 < 1$  и  $\cos \varphi \approx 0.6-0.8$ . Иными словами, наименее неустойчивыми могут быть существенно трехмерные волновые структуры (1), (2) с относительно длинными гребнями и выраженными сателлитными гармониками ( $\cos \varphi \approx 0.6-0.8$  отвечает близости величин амплитуд центральной волны и волны-сателлита).

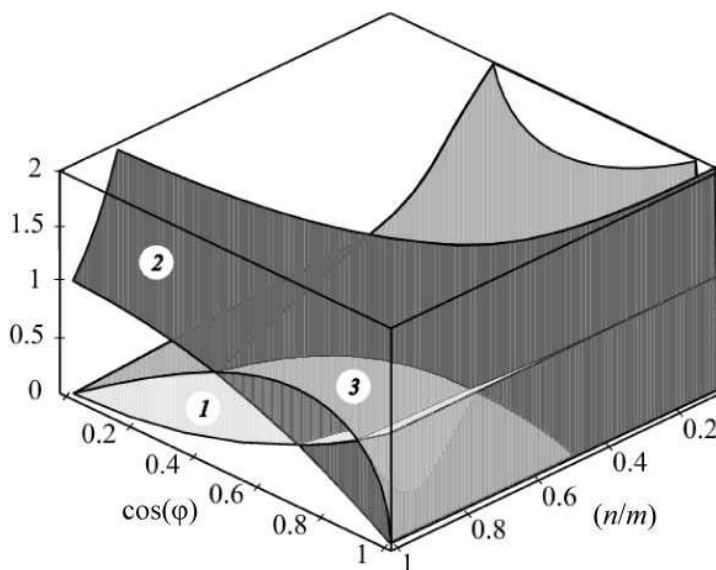


Рис. 2. Инкременты парциальных неустойчивостей двухпериодических волн как функции параметров  $p_0$  и  $\varphi$ . Разные типы неустойчивостей показаны разной штриховкой. 1 – модуляционная неустойчивость центральной гармоники (5), (8); 2 – модуляционная неустойчивость сателлита (6), (9); 3 – «смешанная» неустойчивость при резонансе центральной гармоники и сателлита.

Наличие выделенной области параметров может означать важность собственной нелинейной динамики волновой структуры (1), (2), но не взаимодействия ее с волновым фоном. Нетривиальность такой динамики может быть легко обнаружена в простом анализе кинематики волновых гармоник, удовлетворяющих (2). Легко проверить, что это условие означает равенство проекций групповых скоростей гармоник на направление спутника, т.е.

$$C_g^{(1)} \mathbf{k}_2 = C_g^{(2)} \mathbf{k}_2. \quad (11)$$

В соответствующем направлении центральная волна и волна-спутник находятся в синхронизме, что означает повышение роли нелинейности в динамике трехмерной волны. Кроме того, условие (11) позволяет предложить простую динамическую модель. Рассматривая решения (1), (2), изменяющиеся только в направлении распространения спутника, можно свести задачу к системе двух нелинейных уравнений Шредингера [24]:

$$\begin{aligned} \partial_t u + Uu + D_u \partial_{\eta\eta} u + S_u |u|^2 u + Q |v|^2 u &= 0; \\ \partial_t v + Vv + D_v \partial_{\eta\eta} v + Q |v|^2 u + S_v |v|^2 v &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $u, v$  – амплитуды гармоник,  $\eta$  – координата в направлении распространения волны-спутника, коэффициенты  $U, V$  – малые отклонения групповых скоростей волновых компонент от условия синхронизма (12);

$$D_u = \left. \frac{\partial^2 \omega}{\partial k_\eta^2} \right|_{k_1}, \quad D_v = \left. \frac{\partial^2 \omega}{\partial k_\eta^2} \right|_{k_2} \quad (13)$$

– дисперсии волновых компонент;  $S_u, S_v, Q$  – коэффициенты нелинейного взаимодействия.

Система (12) является простейшей моделью трехмерных слабонелинейных волн, описывающей нелинейные модуляции решений (1), (2). Она содержит всего три свободных параметра. Существенными являются коэффициенты  $U$  и  $V$ , характеризующие малые отклонения системы от линейного условия синхронизма (11), при этом все члены в (12) имеют одинаковый порядок малости. Коэффициенты  $D_u, D_v$  (линейная дисперсия) и  $S_u, S_v, Q$  (нелинейные взаимодействия) определяются геометрией системы, т.е. единственным параметром  $p_0$  в (2). Заметим,  $D_u, D_v$  могут менять знаки, что обеспечивает богатство динамики системы (12).

Представленный анализ модуляционной неустойчивости трехмерных поверхностных волн позволяет высказать предположения о характерных чертах волнения, которые могут вести к появлению волн-убийц. Во-первых, волнение должно быть существенно трехмерным, т.е. амплитуды спутников должны быть сравнимы с амплитудой основной волны. Во-вторых, особенности четырехволновой модуляционной неустойчивости выделяют довольно широкий диапазон направлений, отвечающий небольшим углам между спутниками и основной волной, т.е. трехмерным волнам с относительно длинными гребнями. Этот вывод находится в согласии с теоретическими результатами [17] и наблюдениями [29]. В то же время существуют свидетельства того, что волны-убийцы могут быть связаны с гораздо большими различиями направлений составляющих волново-го поля.

**Пятиволновые неустойчивости и подковообразные структуры в поле поверхностных волн.** Нелинейные резонансы высших порядков для волн на воде рассматриваются гораздо реже как более слабые. Между тем, с ними связаны существенные наблюдаемые эффекты, такие как формирование устойчивых подковообразных волновых

структур (horse-shoes в англоязычной литературе). Для плоской волны Стокса инкременты четырехволновой модуляционной неустойчивости и неустойчивости, определяемой резонансами вида

$$\begin{aligned} 3\mathbf{k}_2 &= (\mathbf{k} + \mathbf{h}) + (\mathbf{k} - \mathbf{h}), \\ 3\omega(\mathbf{k}_2) &= \omega(\mathbf{k} + \mathbf{h}) + \omega(\mathbf{k} - \mathbf{h}), \end{aligned} \quad (14)$$

сравниваются при крутизне  $a|\mathbf{k}| \approx 0.25$ , считающейся слишком высокой для реального волнения [30, 31]. Между тем, такая оценка является слишком грубой, особенно для трехмерного морского волнения. Наблюдения и лабораторные эксперименты показывают важную роль пятиволновых резонансных взаимодействий и возможность сильных модуляций возникающих подковообразных волновых структур [32, 33].

Важным обстоятельством, привлекающим внимание к пятиволновым резонансным процессам (а также к резонансам более высокого порядка), является выделенность геометрии наиболее неустойчивых и, следовательно, наиболее динамически активных конфигураций. На рис.3 показана зона неустойчивости плоской волны, связанная с пятиволновыми резонансными процессами (14). Простейшая модель трех волновых мод (квазилинейное состояние), связанных пятиволновыми резонансами (14) [20], может быть рассмотрена в контексте задачи о развитии волн-убийц. Детальный анализ обнаруживает много сходства между «классической» четырехволновой и пятиволновой модуляциями.

На рис. 4 показан фазовый портрет симметричной трехмодовой системы (амплитуды спутников равны) для значения крутизны  $a|\mathbf{k}| = 0.25$  [20]. Финитные и инфинитные движения отвечают модуляциям амплитуды, показана безразмерная амплитуда основной гармоники  $A$ . Аналогичные модуляции испытывают амплитуды спутников  $B$ . Для финитных режимов фаза волны-спутника относительно основной волны  $\Phi$  изменяется в ограниченном диапазоне; для инфинитного движения фаза пробегает все возможные значения, что создает условия для локального усиления волнового поля при совпадении гребней основной и спутничной гармоник и дает для максимальной амплитуды волны

$$\eta \sim A + \sqrt{6}B. \quad (15)$$

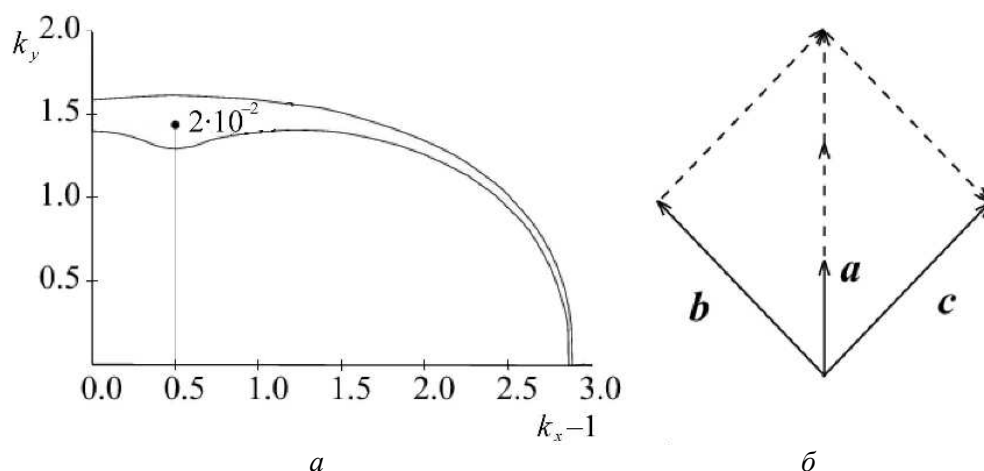


Рис. 3. Зона пятиволновой неустойчивости плоской волны Стокса (показано положение и значение максимума безразмерного инкремента) в пространстве волновых чисел (а); симметричная волновая триада, отвечающая максимуму неустойчивости (б).

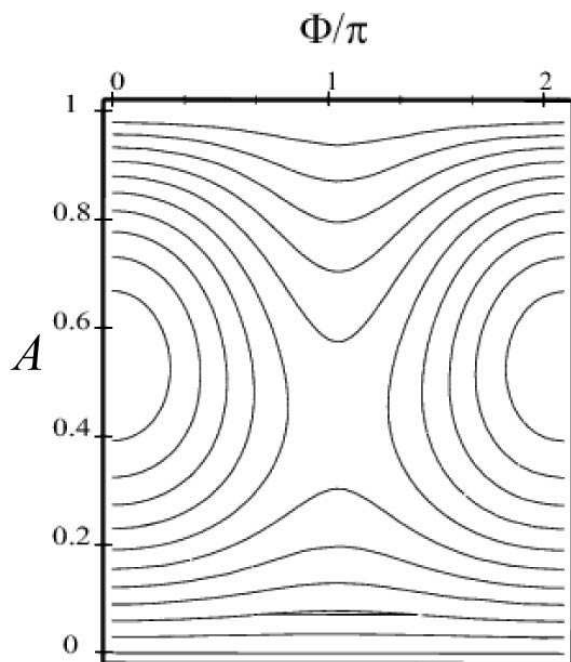


Рис. 4. Фазовый портрет симметричной трехмодовой системы в плоскости  $(A, \Phi)$  – амплитуды центральной гармоники и фазы  $\Phi = 2\alpha - 3\beta$  ( $\alpha, \beta$  – фазы центральной и спутниковой гармоник). Максимальная крутизна  $a|\mathbf{k}| \approx 0.25$ .

Элементарное рассмотрение показывает, что максимальная модуляция не может превышать отношения, известного для четырехволновых модуляций, т.е.

$$\eta_{\max}/\eta_{\min} = \sqrt{3}. \quad (16)$$

Таким образом, в рассматриваемой слабонелинейной модели модуляции, вызванные пятиволновыми резонансными процессами, не могут приводить к образованию волн-убийц, удовлетворяющих формальному критерию  $H/H_s < 2.2$  [1]. Модель может обсуждаться только как возможный сценарий эволюции, приводящий к появлению волн-убийц. Существенной особенностью рассмотренной модели являются фиксированные отношения масштабов (частот и направлений) основной волны и гармоник спутников, что позволяет поставить задачу об экспериментальной проверке предположения, касающегося важной роли пятиволновых процессов в формировании волн-убийц.

**Трехмерное морское волнение и Новогодняя волна.** Волна-убийца, зафиксированная 1 января 1995 г. на платформе Draupner E компании Statoil, известная также как Новогодняя волна [14, 15], может рассматриваться в качестве своеобразного эталона достоверного измерения грозного явления. Вместе с тем эта эталонная уникальная запись амплитуды волны в единственной точке наглядно демонстрирует несоответствие метода измерения рассматриваемой физической проблеме прежде всего из-за отсутствия информации о пространственных характеристиках волнения. Важная роль трехмерности волнения в процессе образования Новогодней волны была отмечена уже в самых первых публикациях [21, 34]. В рамках нелинейного уравнения Шредингера и его модификаций обсуждалась важная роль трехмерности волнения в развитии модуляционной неустойчивости как необходимого этапа развития волны-убийцы. Было показано [34], что в этом случае время существования волн-убийц может быть значительным и составлять десятки волновых периодов, а характерная ширина углового распределения относительно невелика –  $10\text{--}20^\circ$ . К сходным выводам приводит рассмотрение этого явления в рамках альтернативных подходов, использующих статистические методы моделирования [35,

36]. Нелинейность волнения в этом случае учитывается в терминах модифицированных разложений Стокса для стационарных потенциальных волн.

В настоящей работе мы обращаем внимание на то, что:

- свидетельства существенного вклада пятиволновых резонансных процессов явно присутствуют в, казалось бы, досконально изученной записи Новогодней волны;
- трехмерность этой волны выражена существенно выше, чем показали цитированные ранее работы.

Записи Новогодней волны и соответствующие им оценки спектров показаны на рис. 6. Напомним, что полная запись имеет стандартную 20-минутную длину с частотой измерений 2.1333 Гц. Знаменитой волне-убийце отвечает максимум на 265-й секунде записи (564-я точка записи). Стандартный критерий волны-убийцы

$$H/H_s > 2.2 \quad (17)$$

исходит из предположения о справедливости распределения Рэлея для случайного волнового процесса. Для оценки значимой высоты  $H_s$  на практике используют различные способы. Один из них – соотношение между дисперсией высоты волны и значимой высотой

$$H_\sigma \approx 4\sigma = 4\langle \eta^2 \rangle, \quad (18)$$

что в случае рэлеевского распределения эквивалентно определению значимой высоты как средней по одной трети самых высоких волн:

$$H_{\text{auth}} = \langle H_{1/3} \rangle. \quad (19)$$

Для нашей записи значения  $H_\sigma = 11.94$  (18) и  $H_{\text{auth}} = 10.44$  м (19) различаются существенно. Формальный критерий волны-убийцы (17) выполняется только для  $H_s = H_{\text{auth}}$  и не выполняется для (18). На рис. 5 показана гистограмма распределения высоты волны (разность гребень–подошва) для записи Новогодней волны и распределения Рэлея, отвечающие различным определениям значимой высоты (18, 19). Вертикальными линиями отмечены величины  $H_\sigma = 11.94$ ,  $H_{\text{auth}} = 10.44$  м.

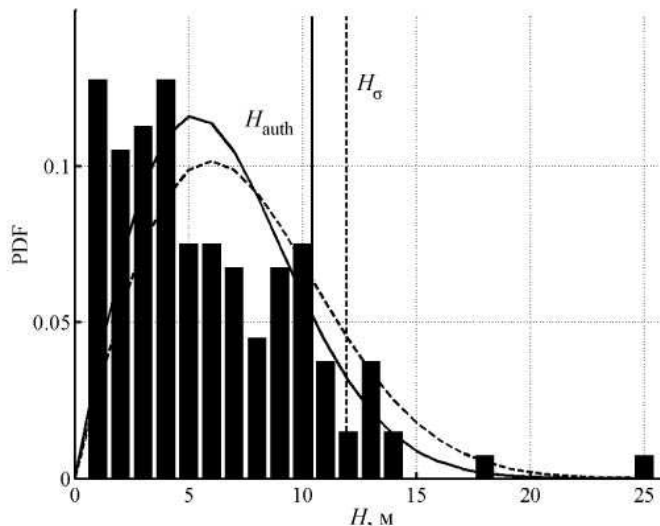


Рис. 5. Гистограмма плотности вероятности размаха Новогодней волны.

Показаны распределения Рэлея при значимых высотах  $H_\sigma = 11.94$  (вертикальный пунктир) и  $H_{\text{auth}} = 10.44$  м (сплошная вертикаль), отвечающие различным способам расчета значимой высоты (18), (19).

Небольшая длина записи создает объективные трудности при использовании статистических методов. Тем не менее, даже грубые спектральные оценки дают серьезные указания на возможность интерпретации результатов в терминах теории резонансных

взаимодействий, элементы которой были представлены выше. Рис. 6, а, б отвечают отрезку длиной 1024 измерения (около 8 мин), центрированному по максимуму возвышения волны-убийцы. Спектры получены применением процедуры Уэлша [37] – осреднение трех спектров по 512 точкам с перекрытием 340 точек. Число степеней такого спектра равно 4 [37, 38]. Вертикальными сплошными показаны частоты максимума  $f_m$ , штриховыми – частоты  $3/2f_m$  и  $2f_m$ .

В пользу нашей гипотезы о важной роли пятиволновых взаимодействий свидетельствует хорошо выраженный пик на частоте  $3/2f_m$ , значительно превышающий пик на вынужденной гармонике  $2f_m$  и вторичный пик на частоте, близкой к основному пику. Последний может быть естественно интерпретирован как результат «классической» модуляционной неустойчивости, т.е. сигнал волны-спутника, связанного четырехволновым резонансом с основной волной.

Аналогичное поведение демонстрирует спектр фрагмента той же длины (1024 точки) из конца записи (рис. 6, в, г). Во фрагменте присутствуют сильные модуляции амплитуд и экстремальная волна с размахом около 20 м. Спектральная оценка выглядит еще более убедительной, чем в предыдущем примере, свидетельством роли пятиволновых взаимодействий. Спектральные пики идеально соответствуют последовательности  $f_m$ ,  $3/2f_m$ ,  $2f_m$ , которая с известными оговорками о достоверности спектральной оценки может быть дополнена пиком на комбинационной частоте  $5/2f_m$ .

Спектральная оценка по всей записи также показывает присутствие пика вблизи  $3/2f_m$  (рис. 6, д, е). Соответствующий пик имеет значительную ширину, и его интерпретация в представленном выше духе, наверное, не столь очевидна. Следует заметить, что указания на пики  $3/2f_m$  обнаруживаются, например в работе [36, рис. 3], но рассматриваются авторами как артефакты, дефект процедуры обработки данных. Малая информативность спектра полной записи естественна при наличии выбросов типа волны-убийцы. В то же время спектральные оценки по отрезкам записи, содержащим эти выбросы могут рассматриваться как серьезные свидетельства присутствия гармоник  $3/2f_m$ . Четыре степени свободы дают стандартное отклонение около 50 % от высоты пика для  $\chi^2$ -распределения и достоверность 68 % появления сигнала от гармоник  $3/2f_m$  в указанном диапазоне [38]. Заметим, что частоты спектральных максимумов на всех рис. 6, а, в, д различны.

Более детальный анализ сигнала может быть проведен с помощью двухмерного частотно-временного представления спектров волнения. На рис. 7 представлена временная развертка частотного спектра для всей длины записи Новогодней волны. Параметры обработки были подобраны таким образом, чтобы обеспечить разумный компромисс между частотным разрешением метода и точностью воспроизведения частотно-фазовых характеристик сигнала. Для этого спектры оценивались по отрезкам записи длиной около десяти периодов основной гармоник  $N_{waves} = 10$ . Для основной гармоник с частотой  $f_m = 0.0567$  Гц (частота выбиралась, исходя из спектральных оценок, представленных на рис. 6) это отвечает длительности  $\Delta t = N_{waves} / f_m = 176$  с или 375 отсчетов при частоте дискретизации 2.133 Гц. Спектральное разрешение такого спектра составляет  $\Delta f = f_m / N_{waves} = 0.0057$  Гц. Между частотами  $f_m$  и  $f_{3/2} = 3/2f_m$ , соответственно, может быть разрешено  $N_{waves}/2 = 5$  точек, что, учитывая применение стандартных методов спектрального оценивания, теоретически позволяет разрешить 2–3 пика между этими частотами [37]. Для получения более гладкой оценки спектра применялось окно Хамминга длиной 375 точек. Число степеней свободы вычисленных спектров равно двум. Дополнительных осреднений спектров для получения спектра с большим числом степеней свободы, подобно тому как это делалось для спектров на рис. 6, не производилось, чтобы не потерять разрешения по частоте.

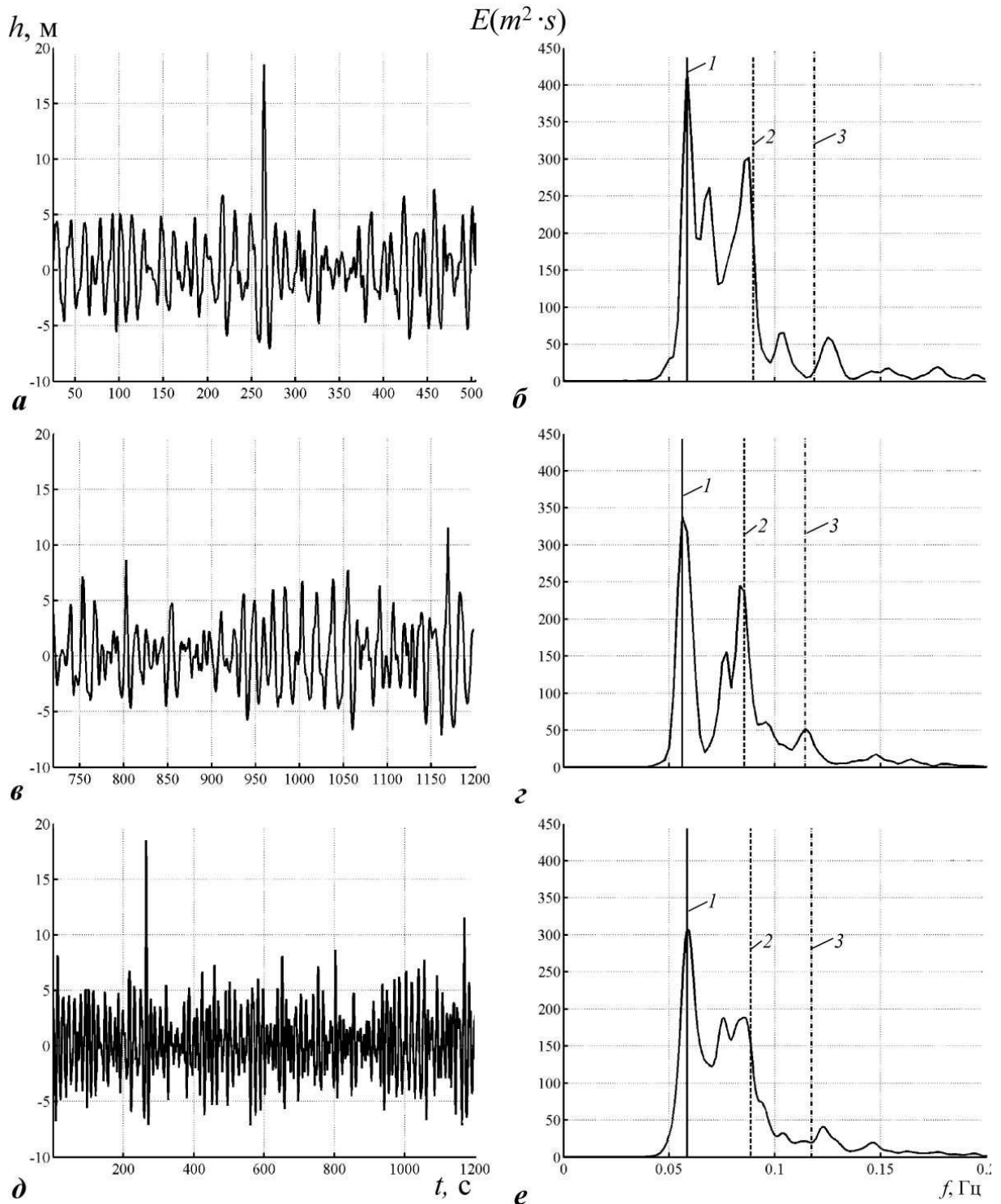


Рис. 6. Фрагменты записи Новогодней волны-убийцы и соответствующие спектральные оценки. **а, б** – начало записи длиной 1024 точки, центрированное на волне-убийце; **в, з** – конец записи длиной 1024 точки; **д, е** – вся запись. Спектры получены осреднением по оценкам с окном Хамминга (512 точек) с перекрытием 340 точек. Вертикальными линиями показаны частоты  $f_m$  (1),  $3/2f_m$  (2) и  $2f_m$  (3).

Из рис. 7 видно, что пики на частотах  $f_{3/2} = 3/2f_m$  возникают достаточно регулярно (отчетливо видны четыре в моменты времени 130, 260, 430 и 950 с). При этом экстремум гармоника  $f_{3/2} = 3/2f_m$  иногда точно совпадает с максимумом сигнала на основной частоте  $f_m$  (например, в моменты 260 и 430 с), а иногда существенно сдвинут относительно

этого максимума (130, 950 с). Длина и особенности сигнала не позволяют с уверенностью говорить о динамической связи этих пиков. В то же время на существование этой связи определенно указывает поведение текущих спектров в интервале 100–500 с, т. е. непосредственно перед и после прохождения волны-убийцы ( $t = 264.3$  с). Рост максимума основной гармоники  $f_m$  в промежутке 180–230 с сменяется убыванием перед самым моментом достижения максимальной амплитуды ( $t = 264.3$  с). В этот момент максимумов достигают гармоника  $f_{3/2} = 3/2f_m$  и гармоника на частоте  $f_{BF} \approx 0.07$  Гц, которая в рамках подхода слабой нелинейности естественно ассоциируется с сателлитом неустойчивости Бенджамина–Фейра. За быстрым (2–3 периода основной волны) процессом формирования волны-убийцы и сосуществования всех трех гармоник ( $f_m$ ,  $f_{3/2}$  и  $f_{BF}$ ) следует относительно медленный (280–430 с – около 10 основных периодов) этап модуляции волнового поля, видный на рис. 7 как наклонный гребень. В момент  $t \approx 430$  с четко выраженными оказываются только гармоники, отвечающие пятиволновым резонансам ( $f_m$  и  $f_{3/2}$ ). Далее вновь следует этап модуляции (до  $t \approx 800$  с), на этот раз завершающийся возникновением триплета  $f_m$ ,  $f_{3/2}$ ,  $f_{BF}$ . Завершение записи не позволяет судить о типичности описанной «игры» трех надежно выделяемых в сигнале гармоник; однако, на взгляд авторов, представленный анализ демонстрирует продуктивность качественного описания взаимодействия на языке слабонелинейных резонансных взаимодействий, несмотря на очевидно сильную нелинейность, формирующую волну-убийцу.

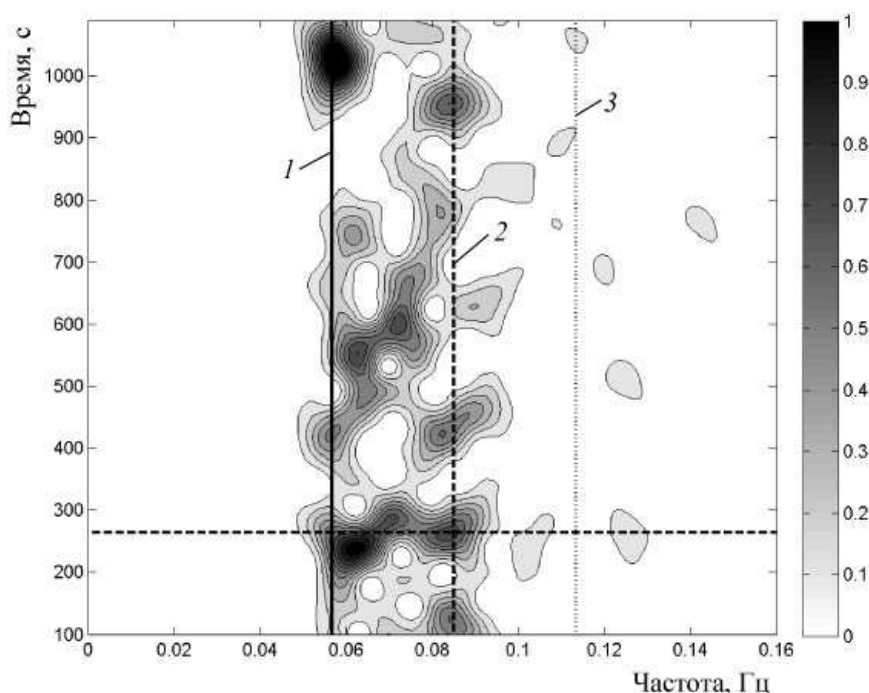


Рис. 7. Временная развертка частотного спектра записи Новогодней волны.  
 1 –  $f_m = 0.0567$  Гц, 2 –  $3/2f_m$ , 3 –  $2f_m$ . Момент прохождения волны-убийцы ( $t_{\text{freak}} = 264.3$  с) показан горизонтальной штриховой линией.

Комментируя выбор способа обработки записи Новогодней волны, заметим, что частотно-временное представление спектра сигнала является прямым аналогом распространенной ныне техники вейвлет-преобразований, с помощью которой могут быть получены аналогичные результаты. Существенным плюсом именно частотно-временного представления спектра сигнала является, по нашему мнению, прозрачность его интерпретации в терминах, близких большинству исследователей, возможность использова-



ния огромного опыта, накопленного в области спектрального оценивания (включая методы высокого разрешения) и легкость получения свойств физических объектов по спектральным оценкам.

\*\*\*

В статье представлены простые слабонелинейные модели трехмерного морского волнения. Были рассмотрены свойства пар и триад волновых гармоник (простейшие квазилинейные состояния), удовлетворяющих условиям четырех- и пятиволновых пространственно-временных резонансов (5)–(7), (14). Показано, что определенные волновые конфигурации являются выделенными: неустойчивость для них либо минимальна (пример четырехволновой модуляционной неустойчивости трехмерной волны, рис. 2), либо максимальна (пятиволновая неустойчивость в подковообразных структурах, рис. 3). Отмеченные свойства следует иметь в виду при построении теоретических моделей формирования волн-убийц.

Актуальность простейшей трехмодовой модели, в которой динамика определяется пятиволновыми резонансами, удастся продемонстрировать для записи знаменитой Новогодней волны: в спектрах обнаруживаются пики на частотах  $f_{3/2} = 3/2f_m$ , отвечающих максимуму существенно трехмерной пятиволновой неустойчивости. Более детальный анализ записи с помощью техники пространственно-временного представления спектра позволяет проследить более богатую динамику волнового поля, где существенную роль играют как гармоники  $f_m$  и  $f_{3/2}$ , связанные с пятиволновыми резонансными процессами, так и гармоника на промежуточной частоте  $f_{BF}$ , определяющая относительно медленную модуляцию волнового поля. Эта гармоника связывается с прекрасно изученной модуляционной неустойчивостью [28] или неустойчивостью Бенджамина–Фейра.

При анализе записи Новогодней волны мы действовали на «физическом уровне строгости», оставив за рамками обсуждения важные вопросы корректности построения наших аппроксимаций. Использование аппарата вэйвлетных преобразований представляется перспективным направлением дальнейшего развития этой работы.

Представленная нами физическая маломодовая модель образования трехмерной волны-убийцы, очевидно, не исчерпывает всего многообразия возможных физических сценариев. Авторы ни в коем случае не настаивают на универсальности представленного сценария. Тем не менее, приступая к анализу нового инструментального свидетельства проявления волны-убийцы, имеет смысл поблуждать в лесу из трех сосен – гармоник  $f_m$ ,  $f_{3/2}$ ,  $f_{BF}$ , прежде чем входить в чащу множества механизмов как собственно волновой динамики, так и сложнейших процессов взаимодействия волн с ветром [39]. Такие смелые попытки следует приветствовать, помня лишь о множестве явных и неявных гипотез, обеспечивающих соответствующие результаты.

*Запись Новогодней волны была любезно предоставлена д-ром С.Хавером (Statoil). Авторы чрезвычайно благодарны одному из рецензентов, высказавшему критические замечания, приведшие к существенной коррекции метода анализа данных.*

*Работа выполнялась при поддержке гранта Правительства РФ для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования (договор № 11.G34.31.0035 от 25.11.2010 между Минобрнауки РФ, НГУ и ведущим ученым), Российского фонда фундаментальных исследований (№ 11-05-01114-а), поддержки ведущих научных школ НШ-6170.2012.2, программ РАН «Фундаментальные проблемы нелинейной динамики в математических и физических науках», «Фундаментальные проблемы океанологии: физика, геология, биология, экология».*

## Литература

1. Куркин А.А., Пелиновский Е.Н. Волны-убийцы: факты, теория и моделирование. Н. Новгород, 2004.
2. Kharif C., Pelinovsky E., Slunyaev A. Rogue Waves in the Ocean. Springer. 2009.
3. Pelinovsky E., Talipova T., Kharif C. Nonlinear dispersive mechanism of the freak wave formation in shallow water // Phys. D. 2000. V.147. P.83–94.
4. White B.S., Fornberg B. On the chance of freak waves at the sea // J. Fluid Mech. 1998. V.255. P.113–138.
5. Lavrenov I. The wave energy concentration at the Agulhas current of South Africa // Nat. Hazards. 1998. V.17. P.117–127.
6. Дьяченко А.И., Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. Нелинейная динамика свободной поверхности идеальной жидкости // Физика плазмы. 1999. Т.22, № 10. С.916–928.
7. Дьяченко А.И. О динамике идеальной жидкости со свободной поверхностью // Докл. АН 2001. Т.376, № 1. С.27–29.
8. Chalikov D., Sheinin D. Modeling of Extreme Waves Based on Equations of Potential Flow with a Free Surface // J. Comp. Phys. 2005. V.210. P.247–273.
9. Zakharov V.E., Dyachenko A.I., Vasilyev O.A. New method for numerical simulation of a nonstationary potential flow of incompressible fluid with a free surface // Europ. J. Mech. Fluids. 2002. V.21, N 3. P.283–291.
10. Шамин Р.В. К вопросу об оценке времени существования решений системы Коши-Ковалевской с примерами в гидродинамике со свободной поверхностью // Современная математика. Фундаментальные направления. 2007. Т.21. С.33–148.
11. Шамин Р.В. Об оценке времени существования решений уравнения, описывающего поверхностные волны // Докл. АН. 2008. Т.418, № 5. С.603–604.
12. Frederic-Moreau. The Glorious Three. Transl. by M.Olagnon and G.A.Chase // Rogue Waves-2004, Brest, France (<http://www.ifremer.fr/web-com/stw2004/rw>).
13. Лавренов И.В. Встреча с «волной-убийцей» // Морской флот. 1985. № 12. С.28–30.
14. Haver, S. Evidences on the Existence of Freak waves // Rogue Waves 2000. Brest, France. 2000. P.129–140.
15. Haver S. A Possible Freak Wave Event Measured at the Draupner Jacket January 1 1995 // Rogue Waves, October 2004. France, Brest. 2004. P.1–7.
16. Discussion & Debate: Rogue Waves – Towards a Unifying Concept? / Eds. N.Akhmediev, E.Pelinovsky // Europ. Phys. J., Spec. top. 2010. V.185. P.1–266.
17. Рубан В.П. Трехмерные эффекты в динамике аномальных морских волн: численное исследование // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2012. Т.5, № 1.
18. Бадулин С.И. Динамика поверхностных и внутренних волн в задачах мониторинга и прогноза ветрового волнения // Дис. на соиск. уч. степ. д-ра физ.-мат.наук. Институт океанологии им.П.П.Ширшова РАН, 2009.
19. Badulin S.I., Shrira V.I., Kharif C., Ioualalen M. On two approaches to the problem of instability of short-crested water waves // J. Fluid Mech. 1995. V.303. P.297–325.
20. Shrira V.I., Badulin S.I., Kharif C. A model of water wave «horse-shoe» patterns // J. Fluid Mech. 1996. V.318. P.375–405.
21. Trulsen K., Dysthe K. Freak Waves – A Three-Dimensional Wave Simulation // 21st Symp. Naval Hydrodynamics, Trondheim, Norway, June 24–28, 1996. National Academy Press. 1997. P.550–560.
22. Dias F., Kharif C. Nonlinear gravity and capillary-gravity waves // Ann. Rev. Fluid Mech. 1999. V.31. P.301–346.
23. Ioualalen M., Kharif C. On the subharmonic instabilities of steady three-dimensional deep water waves // J. Fluid Mech. 1994. V.262. P.265–291.
24. Benney D.J., Roskes G.J. Wave instabilities // Stud. Appl. Math. 1969. V.48. P.377–385.
25. Zakharov V.E., Falkovich G., Lvov V. Kolmogorov spectra of turbulence. P. I. Springer, Berlin, 1992.
26. Zakharov V.E. Statistical theory of gravity and capillary waves on the surface of a finite depth fluid // Eur. J. Mech. B/Fluids. 1999. V.18. P.327–344.
27. Захаров В.Е., Рубенчик А.М. О нелинейном взаимодействии высокочастотных и низкочастотных волн // ПМТФ. 1972. Т.13. С.84–98.
28. Захаров В.Е. Устойчивость периодических волн конечной амплитуды на поверхности глубокой жидкости // ПМТФ. 1968. Т.2. С.86–94.
29. Kuznetsov S., Saprykina Y. Fine structure and peculiarities of wave spectra with Benjamin–Feir instability // Proc. Rogue Waves 2008. France, Brest, 2009.
30. Su M.-Y., Bergin M., Marler P., Myrick R. Experiments on non-linear instabilities and evolution of steep gravity-wave trains // J. Fluid Mech. 1982. V.124. P.45–72.

31. *McLean J.W., Ma Y.C., Martin D.V., Saffman P.G., Yuen H.C.* Three-dimensional instability of finite-amplitude water waves // *Phys. Rev. Lett.* 1981. V.46. P.817–820.
32. *Collard F., Caulliez G.* Oscillating crescent-shaped water wave patterns // *Phys. of Fluids.* 1999. V.11, N 11. P.3195–3197.
33. *Caulliez G., Collard F.* Three-dimensional evolution of wind waves from gravity capillary to short gravity range // *Eur. J. Mech. B/Fluids.* 1999. V.18, N 3. P.389–402.
34. *Trulsen K.* Simulating the spatial evolution of a measured time series of a freak wave / *Proceedings of Rogue Waves.* 2000. P.265–273.
35. *Walker D.A.G., Taylor P.H., Eatock Taylor R.* The shape of large surface waves on the open sea and the Draupner New Year Wave // *Appl. Ocean Res.* 2005. V.26. P.73–83.
36. *Adcock T.A.A., Taylor P.H.* The directional spreading of the Draupner wave and sea-state / 11th Intern. Workshop on Wave Hindcasting and Forecasting. Halifax, Canada, 2008.
37. *Marple L.S.* Digital Spectral Analysis: With Applications // *Prentice Hall Signal Processing Series.* 1987. 384 p.
38. *Barrick D.E.* Accuracy of Parameter Extraction from Sample-Averaged Sea-Echo Doppler Spectra // *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 1980. V.AP-28, N 1. P.1–10.
39. *Adcock T.A.A., Taylor P.H., Yan S., Ma Q.W., Janssen P.A.E.M.* Did the Draupner wave occur in a crossing sea? // *Proc. of the Royal Society Ser.A.* 2011. V.467. P.3004–3021.

Статья поступила в редакцию 10.09.2011 г.

