

УДК 551.463.5:535.36.01:551.466.8

© И. С. Долина, Л. С. Долин  
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород  
dolina@hydro.appl.sci-nnov.ru

## ВЛИЯНИЕ СДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЙ НА СТРУКТУРУ ЛИДАРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

Проведена модификация разработанной нами ранее аналитической модели лидарного изображения нелинейной внутренней волны, позволившая теоретически исследовать влияние сдвигового течения на лидарный сигнал. Рассмотрена двухслойная модель плотностной стратификации с фоновым горизонтальным течением в верхнем слое. Для теоретического описания уединенных внутренних волн умеренной амплитуды на мелкой воде используется уравнение Кортевега—де Вриза. Выполнен расчет и проанализированы особенности лидарных изображений нелинейных внутренних волн с использованием реальных профилей гидрооптических и гидрологических характеристик в Баренцевом море. Показано, что течение может существенно изменять структуру лидарного изображения внутренней волны. Характер этих изменений зависит от стратификации показателя ослабления. В частности, если слой мутности расположен в области пикноклина, наличие течения может приводить к формированию отражательного изображения с более высоким уровнем эхо-сигнала, чем в случае отсутствия течения, что объясняется смещением слоя мутности вверх. Теневое изображение солитона при этом проявляется не в ослаблении, а в усилении сигналов, приходящих из придонного водного слоя с однородными оптическими свойствами, если нижний слой менее мутный. Это объясняется увеличением его толщины под влиянием внутренних волн. Полученные результаты могут быть использованы для решения задач дистанционной диагностики внутренних волн и сдвиговых течений.

**Ключевые слова:** лидар, первичные гидрооптические характеристики, внутренние волны, слой мутности.

Ранее [1] нами была разработана аналитическая модель лидарного изображения уединенной нелинейной внутренней волны (ВВ), описываемой уравнением Кортевега—де Вриза (КдВ). Известно, что коэффициенты уравнения КдВ определяются через заданные вертикальные распределения плотности жидкости и сдвигового течения. В [1] нами была рассмотрена упрощенная (двухслойная) модель стратификации в отсутствие течения. Хорошо известно, что в этой модели стратификации коэффициент квадратичной нелинейности меняет знак в зависимости от глубины залегания пикноклина. Проявление этого эффекта в лидарном сигнале было исследовано нами в [1]. В настоящей работе изучено влияние сдвигового течения на лидарный сигнал (частично эти результаты докладывались на конференции [2]). Для расчетов используются результаты работы [3], в которой приводятся коэффициенты уравнения КдВ для двухслойной модели стратификации с движущимся верхним слоем.

**Модель отраженного сигнала.** Внутренние волны могут обнаруживаться лидаром благодаря тому, что они искажают вертикальные распределения первичных гидрооптических характеристик (ПГХ), что приводит в свою очередь к изменению мощности эхо-сигнала, приходящего с заданной глубины. Наиболее контрастно внутренние волны проявляются в лидарном сигнале при наличии слоев мутности в области пикноклина. При этом с помощью лидара можно наблюдать искривления слоев мутности под влиянием

ВВ, которые и несут информацию о ее пространственной структуре. Математические модели лидарных изображений линейных и нелинейных внутренних волн были разработаны нами ранее и подробно описаны в работах [1, 4].

Лидарным изображением мы называем мощность эхо-сигнала  $P(x, z)$  как функцию горизонтальной координаты лидара  $x$  и глубины  $z$ , с которой приходит сигнал. Для моделирования изображений используются формулы [4]

$$P(x, z) = (1/8)v_w W(r_r \vartheta_r)^2 b_b(x, z) T_a(x, z) T_b(x, z), \quad (1)$$

$$T_a = \exp\left[-2 \int_0^z a_{eff}(x, z) dz\right], \quad (2)$$

$$T_b = \int_0^\infty \exp\left\{-\left(r_r^2 + \vartheta_r^2 z^2\right)(k/2)^2 - 2 \int_0^z b_f(x, z-z') \left[1 - \left(1 + 0.5 \cdot d_x(x, z-z')(kz')^2\right)^{-1/2}\right] dz'\right\} k dk, \quad (3)$$

где  $v_w$  — скорость света в воде;  $W$  — энергия зондирующего импульса;  $2r_r$  — диаметр входного зрачка приемника;  $2\vartheta_r$  — апертурный угол приемника; — показатель обратного рассеяния;  $a_{eff} = a + 2$  — эффективный показатель поглощения;  $a$  — показатель поглощения;  $b_f = b - 2b_b$  — показатель рассеяния «вперед»;  $b$  — показатель рассеяния;  $d_x$  — параметр (дисперсия) остронаправленной части индикатрисы рассеяния.

Согласно формулам (1)—(3) мощность обратно рассеянного сигнала может быть представлена в виде произведения трех функций, первая из которых описывает пространственное распределение коэффициента обратного рассеяния  $b_b(x, z)$  в поле ВВ. Множитель  $T_a$  описывает ослабление сигнала из-за поглощения и обратного рассеяния света при его прямом и обратном прохождении через водный слой толщины  $z$ . Множитель  $T_b$  учитывает влияние эффектов многократного рассеяния света вперед на мощность обратно рассеянного сигнала. Именно он усложняет модель сигнала, поскольку имеет вид двукратного интеграла, зависящего от показателя рассеяния вперед, параметра индикатрисы рассеяния и параметров лидара. Некоторое упрощение модели сигнала достигается за счет использования регрессий [5]:

$$b_b = 0.018c, \quad a_{eff} = 0.092c + 0.048m^{-1}, \quad b_f = 0.908c - 0.048m^{-1}, \quad d_x = \frac{0.036c - 0.001m^{-1}}{c - 0.051m^{-1}}, \quad (4)$$

позволяющих выразить входящие в эти формулы оптические характеристики воды через одну характеристику — показатель ослабления  $c$  (параметры  $b_b$ ,  $a_{eff}$ ,  $b_f$  и  $c$  имеют размерность  $m^{-1}$ ).

На основе формул (1)—(3) в работах [1, 4] был сделан вывод о том, что лидарное изображение ВВ представляет собой суперпозицию двух изображений — отражательно-го и теневого. Первое из них несет информацию о локальных возмущениях профиля показателя обратного рассеяния в поле ВВ. Второе изображение формируется в результате горизонтально неоднородного ослабления лазерного импульса при двукратном прохождении через водный слой, в котором ВВ нарушила горизонтальную однородность оптических характеристик. Оно несет информацию о возмущениях коэффициента пропускания этого слоя.

**Модель поля ВВ и возмущений профиля показателя ослабления света в поле ВВ.** Для теоретического описания уединенных ВВ умеренной амплитуды на мелкой воде обычно используется уравнение КДВ, когда предполагается, что характерный масштаб волны велик по сравнению с глубиной всего океана или какого-нибудь его выделенного слоя, при этом и дисперсия и нелинейность малы, но сравнимы между собой [6]:

$$\eta_t + v\eta_x + \alpha\eta\eta_x + \beta\eta_{xxx} = 0, \quad (5)$$

где  $\eta(x, t)$  — вертикальное смещение изопикнической поверхности, а коэффициенты  $v$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  определяются параметрами стратификации и сдвиговым течением.

Солитонное решение уравнения (5) имеет вид

$$\eta(x, t) = \eta_0 \operatorname{sech}^2 \frac{x-vt}{\Delta}.$$

Скорость солитона  $V$  и его характерный полуразмер  $\Delta$  связаны с линейной скоростью  $v$  и амплитудой смещения  $\eta_0$  формулами  $V = v + \frac{\alpha\eta_0}{3}$ ,  $\Delta^2 = \frac{12\beta}{\alpha\eta_0}$ .

Пусть плотность жидкости описывается выражениями  $\rho(z) = \rho_1$  для  $0 \leq z \leq h_1$  и  $\rho(z) = \rho_2 > \rho_1$  для  $h_1 \leq z \leq H$  ( $H = h_1 + h_2$  — полная глубина жидкости) и верхний слой движется со скоростью  $U_0$  в положительном направлении оси  $x$ .

Приведем выражения для коэффициентов уравнения КдВ [3]:

$$v = U_0 \frac{h_2}{H} \pm \sqrt{v_0^2 - U_0^2 \frac{h_1 h_2}{H^2}},$$

$$\frac{\alpha H}{v} = \frac{3}{2} \frac{1+(u-2)l}{l(1-l)}, \quad (6)$$

$$\frac{\beta}{vH^2} = \frac{1}{6} l(1-l) \frac{ul(u-2) - (1-u)^2}{ul-1},$$

где  $v_0$  — скорость распространения внутренней волны в отсутствие течения

$v_0 = \sqrt{g \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{h_1 h_2}{H}}$ ,  $l = h_2/H$ ,  $u = U_0/v$  — нормированные толщина нижнего слоя и скорость течения. При  $u = 0$  эти формулы переходят в использовавшиеся ранее [1].

Наличие течения меняет скорость распространения ВВ (не искажая структуры моды). Зависимость коэффициента  $\alpha$  от параметра  $l$  для различных скоростей течения в верхнем слое приведена на рис. 1.

Видно, что коэффициент квадратичной нелинейности  $\alpha$ , как и в отсутствие течения, изменяет знак в зависимости от глубины залегания пикноклина. Наличие течения изменяет положение нуля функции  $\alpha(h_2)$ : попутное течение сдвигает его вправо (в сторону большей толщины нижнего слоя), а встречное — влево. Коэффициент линейной дисперсии  $\beta$  положителен для любых значений толщин слоев.

Зависимость возмущения от глубины определяется структурой моды в линейном приближении. Для двухслойной стратификации она имеет вид:

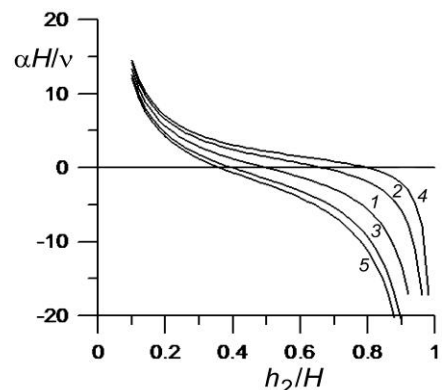


Рис. 1. Зависимость коэффициента квадратичной нелинейности от глубины залегания пикноклина для разных скоростей течения.

1 —  $u = 0$ ; 2 —  $u = 0.5$ ; 3 —  $u = -0.5$ ;  
4 —  $u = 0.75$ ; 5 —  $u = -0.75$ .

$$\varphi(z) = \begin{cases} z/h_1, & 0 \leq z \leq h_1 \\ (H-z)/(H-h_1), & h_1 \leq z \leq H \end{cases}$$

Таким образом, вертикальное смещение элемента жидкости с заданного горизонта определяется формулой  $\zeta(x, z, t) = \eta(x, t)\varphi(z)$ .

Заметим еще, что в сопровождающей системе координат  $x' = x - Vt$ , решение не зависит от  $t$ , штрихи для  $x$  далее опускаем.

Возмущения показателя ослабления, создаваемые внутренней волной, рассчитываются аналогично тому, как это делалось в [1]. Если элемент жидкости под влиянием ВВ перемещается с горизонта  $z'$  в точку с координатами  $x, z = z' + \zeta(x, z')$ , сохраняя свои оптические свойства, то распределение показателя ослабления света  $c(x, z)$  в водной толще выражается через невозмущенный профиль показателя ослабления  $c_0(z)$  с помощью соотношения

$$c(x, z) = c_0(z') \tag{7}$$

и уравнения

$$z' + \zeta(x, z') = z, \tag{8}$$

из которого определяется функция  $z'(x, z)$ .

В рассматриваемом нами случае уравнение (8) решается аналитически и дает:

$$z'(x, z) = \begin{cases} \frac{z}{1 + \eta(x)/h_1}, & 0 < z < h_1 + \eta(x), \\ \frac{z - \eta(x)H / (H - h_1)}{1 - \eta(x)/(H - h_1)}, & h_1 + \eta(x) < z < H. \end{cases} \tag{9}$$

При моделировании лидарных изображений нелинейных ВВ, распределения  $c(x, z)$  находились путем подстановки выражения (9) в правую часть формулы (7).

**Результаты моделирования.** Моделирование проводилось с использованием реальных профилей гидрооптических и гидрологических данных, полученных в экспедиции НИС «Академик Сергей Вавилов» в Баренцевом море [7]. В частности, были промоделированы лидарные изображения нелинейных ВВ на станции 1124, которая относится к мелководной юго-восточной части Баренцева моря. Вертикальные распределения поля плотности  $\sigma$  (в условных единицах) и коэффициента ослабления света  $c$  на станции 1124 представлены на рис. 2. Из рисунка видно, что плотностная стратификация близка к двухслойной. Показатель ослабления на станции 1124 характеризуется наличием слоя мутности.

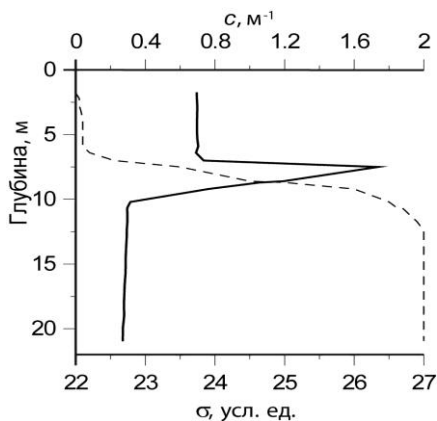


Рис. 2. Профили плотности воды  $\sigma$  (штриховая линия) и показателя ослабления  $c$  (сплошная линия) на станции 1124.

В табл. 1 приведены значения коэффициентов скорости волны  $v$ , коэффициентов  $\alpha$ ,  $\beta$  и полуширины солитона  $\Delta$  с заданной амплитудой  $\eta_0 = 2$  м для различных скоростей течения ( $h_2/H = 0.59$ ).

Таблица 1

Значения параметров, используемых в вычислениях

$U_0/v$	$\alpha H/v$	$\beta/vH^2$	$\Delta$ , м	$v/v_0$	$v$ , м/с
0	-1.16	0.04	43.8	1	0.5
0.5	0.7	0.04	72.6	1.26	0.63
0.75	1.6	0.045	39.3	1.37	0.69

Видно, что при наличии попутного течения на станции 1124 коэффициент  $\alpha$  меняет знак, что приводит к качественному изменению картины возмущений (впадина сменяется возвышением). Коэффициент  $\beta$  изменяется незначительно. Значения коэффициентов сказываются также на ширине солитона и его скорости.

На рис. 3 показаны распределения показателя ослабления света  $c(x, z)$  в поле ВВ на фиксированных горизонтах. Из рисунка видно, как перестраивается профиль показателя ослабления света в поле солитона отрицательной (рис. 3, а) и положительной полярности (рис. 3, б). Видно, что в распределениях показателя ослабления в зависимости от горизонта  $z_0$  образуются впадины (связанные с уходом слоя мутности с данного горизонта), возвышения (приход слоя мутности на данный горизонт). В промежуточных случаях образуются и более сложные (двугорбые) структуры.

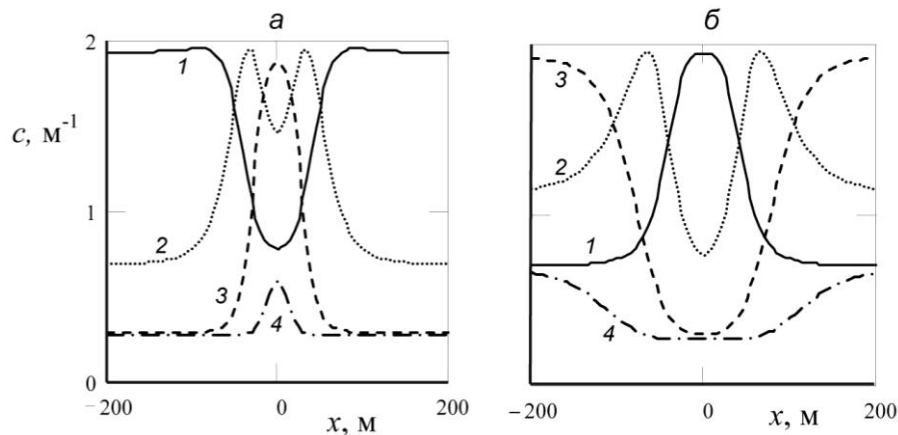


Рис. 3. Показатель ослабления света  $c(x, z)$  в зависимости от координаты  $x$  и фиксированного горизонта  $z$  (метры) в поле ВВ.  
 а — для  $U_0/v = 0$ : 1 —  $z = 8$ ; 2 —  $z = 9$ ; 3 —  $z = 10$ ; 4 —  $z = 11$ ;  
 б — для  $U_0/v = 0.5$ : 1 —  $z = 6$ ; 2 —  $z = 7$ ; 3 —  $z = 8$ ; 4 —  $z = 9$ .

На рис. 4 и рис. 5 представлены результаты расчета лидарных сигналов, рассчитанных по формулам (1)–(4). Из рис. 4 видно, что при смещении слоя мутности вниз возрастает сигнал с горизонтов, на которые смещается слой мутности, и уменьшается сигнал с горизонтов, где располагался слой мутности до прихода ВВ. Указанные вариации эхо-сигнала образуют отражательное изображение солитона. Его влияние проявляется также в ослаблении сигналов, приходящих из придонного водного слоя с однородными оптическими свойствами (с глубин  $z > 12$  м). Эти сигналы образуют теневое изображение солитона. Оно возникает вследствие увеличения толщины верхнего более мутного слоя воды под влиянием ВВ и дополнительного ослабления светового импульса при его прохождении через солитон.

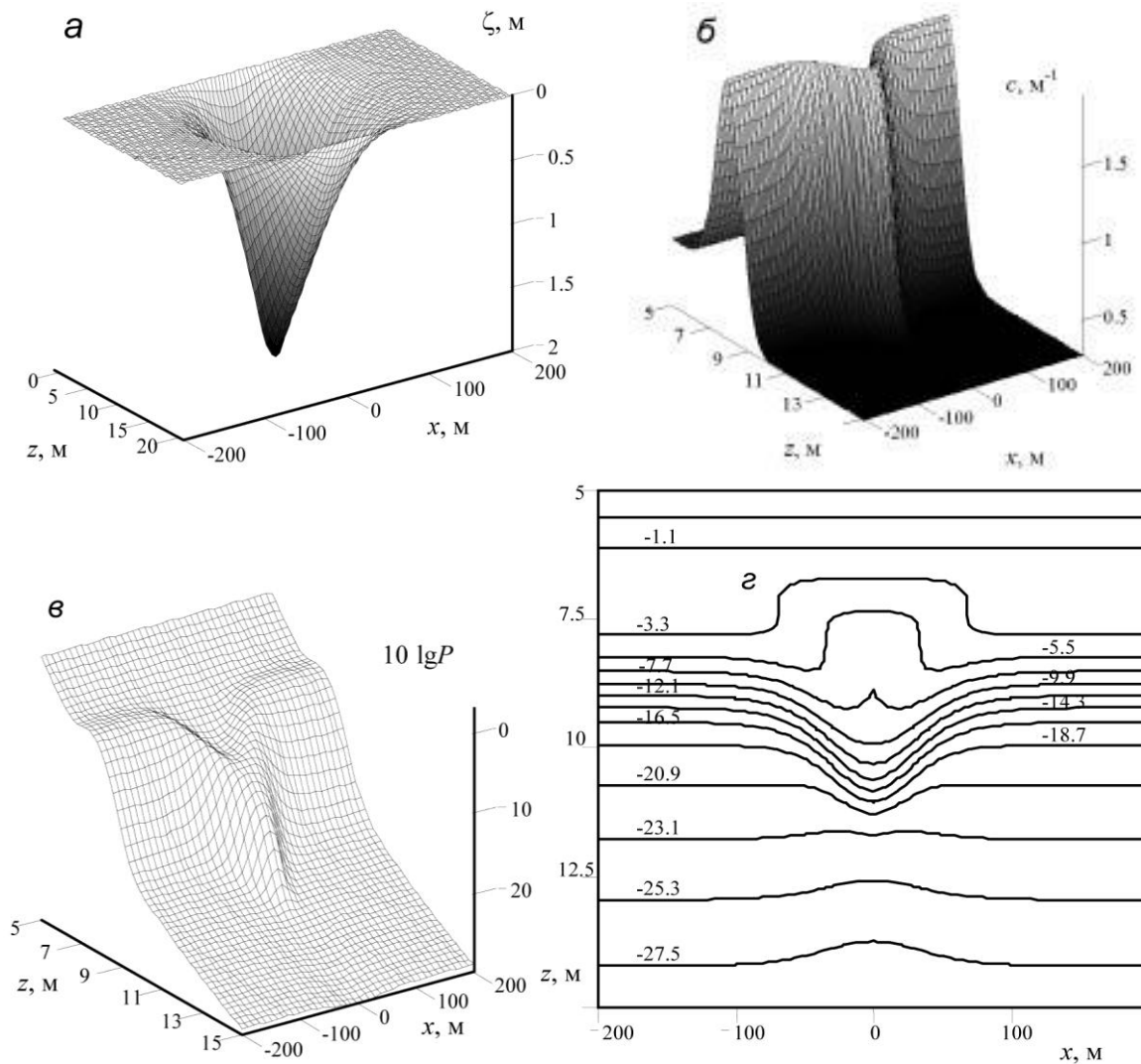


Рис. 4. Результаты расчетов характеристик ВВ и ее лидарного изображения для  $U_0 = 0$ . *a* — поле вертикальных смещений жидкости  $\zeta(x, z)$  во внутренней волне; *b* — распределение показателя ослабления света  $c(x, z)$  в поле ВВ; *c* — поверхности возмущений функции  $L(x, z) = 10 \lg P(x, z)$ , где  $P$  — уровень эхо-сигнала, Вт; *d* — линии постоянных значений  $L(x, z)$ .

При наличии течения в верхнем слое на этой же станции отрицательный солитон становится положительным и смещает слой мутности вверх, что приводит к соответствующим изменениям эхо-сигнала (рис. 5). В верхних слоях формируется отражательное изображение, причем уровень эхо-сигнала выше, чем в случае отсутствия течения. Теневое изображение солитона проявляется не в ослаблении, а в усилении сигналов, приходящих из придонного водного слоя с однородными оптическими свойствами. Это объясняется увеличением толщины нижнего менее мутного слоя воды под влиянием ВВ.

Формула (6) показывает, что в общем случае течение будет оказывать существенное влияние на структуру ВВ и ее лидарное изображение при условии, что нормированная скорость течения удовлетворяет условию  $u \sim u^* = (2l - 1)/l$ . Укажем для примера, что для станции 1124, где  $l \sim 0.6$ , величина  $u^* = 1/3$ , а абсолютное значение скорости течения, при которой солитон изменит полярность, составляет  $\sim 20$  см/с.

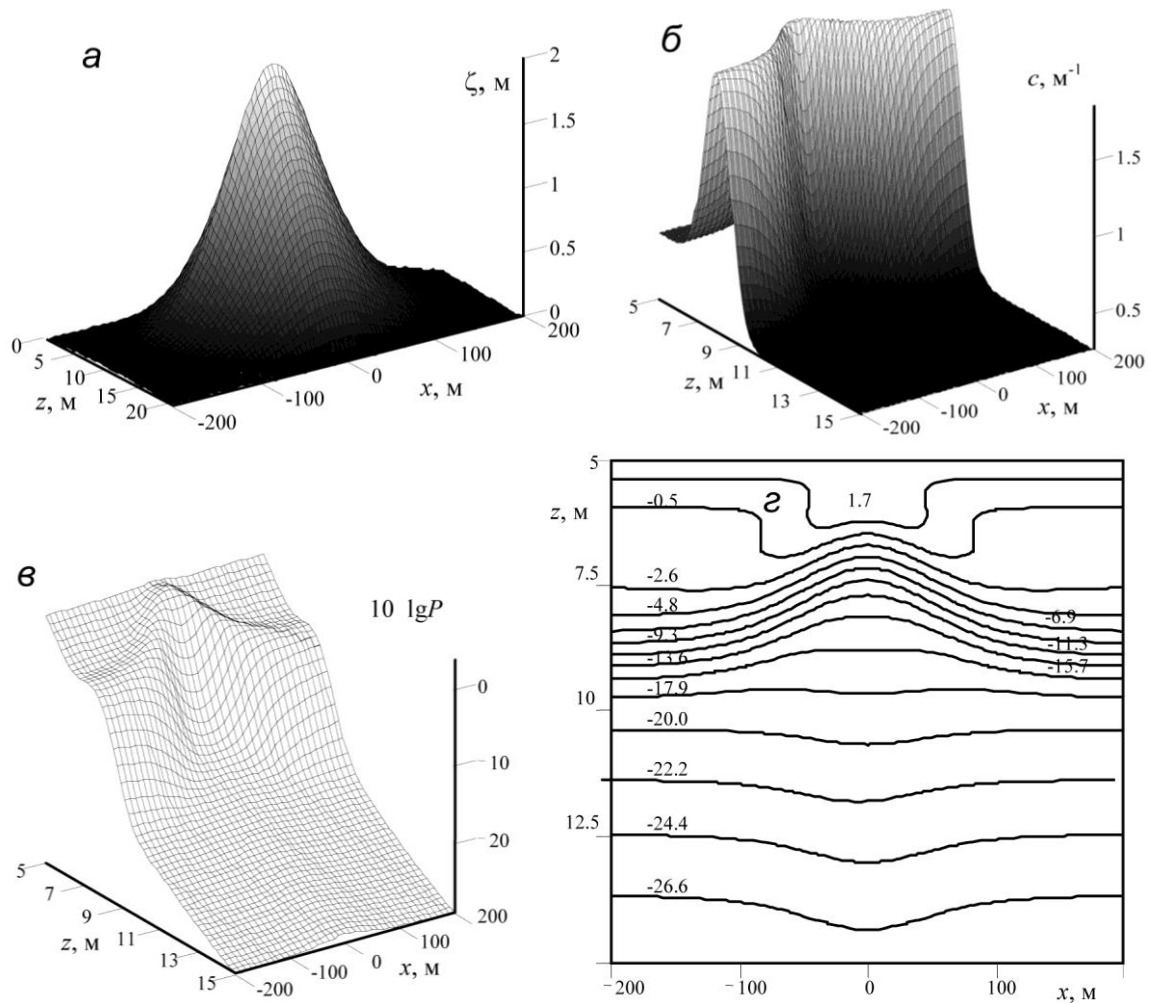


Рис. 5. Результаты расчетов характеристик ВВ и ее лидарного изображения для  $U_0/v = 0.5$ . *a* — поле вертикальных смещений жидкости  $\zeta(x, z)$  во внутренней волне; *б* — распределение показателя ослабления света  $c(x, z)$  в поле ВВ; *в* — поверхности возмущений функции  $L(x, z) = 10 \lg P(x, z)$ , где  $P$  — уровень эхо-сигнала, Вт; *г* — линии постоянных значений  $L(x, z)$ .

\*\*\*

В работе изучено влияние сдвигового течения на структуру лидарного изображения нелинейной ВВ. Рассмотрена двухслойная модель океана с фоновым горизонтальным течением в верхнем слое. Известно, что течение в верхнем слое может приводить к изменению полярности солитона, кроме того, изменяется его ширина и скорость распространения.

Проведен расчет и проанализированы особенности лидарных изображений нелинейных ВВ с использованием реальных профилей гидрооптических и гидрологических характеристик в Баренцевом море при наличии и отсутствии течения в верхнем слое. Показано, что при наличии течения эхо-сигнал, образующий отражательное изображение ВВ, может усиливаться благодаря смещению слоя мутности вверх и уменьшению оптической глубины, с которой приходит сигнал. Теневые эффекты при этом проявляются не в ослаблении, а в усилении сигналов, приходящих из придонного водного слоя с однородными оптическими свойствами, если нижний слой менее мутный. Это объясняется увеличением его толщины под влиянием ВВ.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 14-05-00138 и 13-05-97038).*

## Литература

1. Dolin L. S., Dolina I. S. Модель лидарных изображений нелинейных внутренних волн // Известия РАН, ФАО. 2014. Т. 50, № 2. С. 224—231.
2. Dolina I. S., Dolin L. S. The effect of shear flow on the structure of lidar images of nonlinear internal waves // Proc. VII Int. Conf. «Current Problems in Optics of Natural Waters» (ONW'2013). St.-Petersburg, 2013. P. 12—15.
3. Пелиновский Е. Н., Полухина О. Е., Лэмб К. Нелинейные внутренние волны в океане, стратифицированном по плотности и течению // Океанология. 2000. Т. 40, № 6. С. 805—815.
4. Долин Л. С., Долина И. С., Савельев В. А. Лидарный метод определения характеристик внутренних волн // Известия РАН, ФАО. 2012. Т. 48, № 4. С. 501—511.
5. Левин И. М., Копелевич О. В. Корреляционные связи между первичными гидрооптическими характеристиками в диапазоне 550 нм // Океанология. 2007. Т. 47, № 3. С. 344—348.
6. Apel J. R., Ostrovsky L. A., Stepanyants Y. A., Lynch J. F. Internal solitons in the ocean and their effect on underwater sound // J. Acoust. Soc. Am. 2007. V. 121 (2). P. 695—722.
7. Опыт системных океанологических исследований в Арктике / Под ред. А. Л. Лисицына, М. Е. Виноградова, Е. А. Романкевича. М.: Научный мир, 2001. 644 с.



Статья поступила в редакцию 03.04.2014 г.

*I. S. Dolina, L. S. Dolin*

Institute of Applied Physics of RAS, Nizhny Novgorod, Russia  
dolina@hydro.appl.sci-nnov.ru

## THE EFFECT OF SHEAR FLOW ON THE STRUCTURE OF LIDAR IMAGES OF NONLINEAR INTERNAL WAVES

Modification of the analytical model of lidar images of the nonlinear internal wave which was developed earlier in our works is performed. The influence of background horizontal current on the lidar signal is studied. The two-layer ocean with background flow in the upper layer is considered. For a theoretical description of moderate amplitude solitary waves in shallow water, the Korteweg—de Vries equation is used. Characteristic features of lidar images of nonlinear internal waves are calculated and analyzed using actual profiles of hydrooptical and hydrologic data obtained in the Barents Sea. It is shown that background horizontal flow can significantly affect the structure of lidar image of internal wave. The character of these variations depends on the profile of the attenuation coefficient. In particular, if a turbid layer is situated near the pycnocline, then with a current in an upper layer the reflective image of soliton is formed with higher level of returned signal than in the absence of current. It occurs due to the shift of the turbid layer upwards. The shadow image results not in attenuation but in amplification of the signals coming from the bottom water layer with homogeneous optical properties. It occurs due to thickening of the lower less turbid water layer affected by an internal wave. These results can be used for solution the problems of lidar remote sensing of internal waves and shear flows.

**Key words:** lidar, inherent optical properties, internal waves, turbid layers.