

УДК 629.12

© А. Л. Сухоруков

ОАО Центральное конструкторское бюро морской техники «Рубин», Санкт-Петербург
su_andr@yahoo.com

ИЗГИБНО-КРУТИЛЬНЫЙ ФЛАТТЕР КАК ПРИЧИНА ВОЗНИКНОВЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПОДЪЕМНО-МАЧТОВЫХ УСТРОЙСТВ

В работе рассматриваются причины возникновения гидродинамической неустойчивости подъемно-мачтовых устройств, связанные с взаимодействием изгибных и крутильных колебаний конструкции в потоке жидкости. Подъемно-мачтовое устройство, нагруженное гидродинамическими силами, является неконсервативной (автоколебательной) системой. Для таких систем при определенных сочетаниях параметров системы и скорости внешнего потока (критической скорости) возможны неустойчивые режимы движения. Естественно, возникает вопрос о возможности возникновения такого явления в пределах эксплуатационных скоростей реальных конструкций и разработке соответствующих расчетных методов. Приведены уравнения изгибно-крутильных колебаний подъемно-мачтовых устройств как стержня переменного поперечного сечения, работающего на изгиб и кручение в потоке жидкости. На основе метода комплексных амплитуд предложен алгоритм расчета критической скорости изгибно-крутильного флаттера подъемно-мачтовых устройств, широко использующий возможности современных вычислительных средств. С использованием данного алгоритма на примере реальной конструкции определены комплексные собственные числа, позволяющие судить об устойчивости подъемно-мачтового устройства в потоке жидкости при заданной скорости движения подводного объекта и определять собственные частоты колебаний. Приведены рекомендации, использование которых позволяет повысить порог устойчивости конструкции к изгибно-крутильному флаттеру.

Ключевые слова: флаттер, подъемно-мачтовое устройство, критическая скорость, гидроупругость, устойчивость движения, метод комплексных амплитуд.

A. L. Sykhorukov

Central Design Bureau for Marine Engineering «Rubin», Saint-Petersburg, Russia
su_andr@yahoo.com

BENDING-TORSION FLUTTER AS A REASON OF HYDRODYNAMIC INSTABILITY OF MAST HOISTING GEARS

This paper examines the reasons of hydrodynamic instability of Mast Hoisting Gears that are related to interactions of bending and torsional oscillations of a structure in the hydraulic flow. A mast hoisting gear loaded by hydrodynamic forces is a non-conservative (self-oscillating) system. Unsteady modes of motion are possible for such systems under certain combinations of the system parameters and speed of external flow (critical speed). Naturally, this brings up the question of the possibility of occurrence of such an event within the limits of operational speeds of real structures and development of respective calculation methods. The paper presents equations of bending-torsion oscillations of Mast Hoisting Gears as a rod of variable cross-section working in bending and in torsion in the hydraulic flow. A calculation algorithm of a critical speed of Mast Hoisting Gear bending-torsion flutter is suggested based on the complex amplitude method. The algorithm extensively uses the capabilities of state-of-the-art computing aids. Taking as an example the actual Mast Hoisting Gear design, complex eigenvalues are determined that allows to assess the Mast Hoisting Gear stability in the hydraulic flow at the specified speed of an underwater object and to determine natural frequencies of oscillations using this algorithm. This paper gives recommendations allowing increase the structure stability threshold to bending-torsion flutter.

Key words: flutter, mast hoisting gear, critical speed, hydroelasticity, motion stability, complex amplitude method.

К подъемно-мачтовым устройствам (ПМУ) современных подводных объектов предъявляются достаточно жесткие требования с точки зрения вибропрочностных характеристик. Оценка уровня вибраций этих устройств является одной из важнейших задач при проектировании. В литературе отмечается два основных механизма возникновения вибраций консольных конструкций в потоке жидкости [1–7]. Первый связан с гидродинамической неустойчивостью, характерной для плохообтекаемых конструкций, обусловленной срывом вихрей (срывной флаттер), а второй с изгибно-крутильным флаттером. Если при срыве вихрей колебания происходят под действием периодической внешней силы, то при изгибно-крутильном флаттере колебания обусловлены собственными свойствами динамической системы, связанными с взаимодействием изгибных и крутильных типов колебаний при несовпадении оси инерции и оси жесткости ПМУ. Колебания в этом случае поддерживаются благодаря тому, что возникают такие дополнительные гидродинамические нагрузки на вибрирующую часть ПМУ, которые направлены в сторону колебательного движения и стремятся увеличить амплитуду. Естественно, возникает вопрос о возможности возникновения такого явления в пределах эксплуатационных скоростей реальных конструкций и разработке соответствующих расчетных методов.

Уравнения изгибно-крутильных колебаний ПМУ. Система уравнений, описывающая связанные изгибно-крутильные колебания упругого стержня в потоке предложена М. В. Келдышем, Е. П. Гроссманом, Я. Ц. Фыном [4, 7] на основе гипотезы квазистационарности, согласно которой

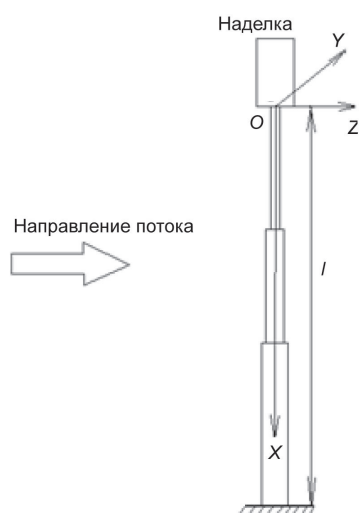


Рис. 1. Схематизация подъемно-мачтового устройства.
 OXYZ — система координат;
 l — длина ПМУ.

гидродинамические характеристики сечения стержня в установившемся движении с переменными поступательной и угловой скоростями заменяются в каждый момент времени характеристиками того же сечения, движущегося с постоянными линейной и угловой скоростями, которые равны скорости действительного движения в этот же момент времени. Таким образом, гипотеза квазистационарности сводится к тому, что в каждый момент времени истинный поток около сечения стержня заменяется установившимся с постоянной циркуляцией скорости, соответствующей рассматриваемому моменту времени (циркуляция в различные моменты времени будет различна, так как скорости движения различны). Принятая гипотеза значительно упрощает вычисление гидродинамических воздействий, так как для их определения можно воспользоваться обычными формулами установившегося движения. Схематизируем ПМУ стержнем переменного поперечного сечения (рис. 1).

Предполагая, что ПМУ работает на изгиб и кручение и, пользуясь гипотезой квазистационарности при вычислении гидродинамических сил, получены следующие дифференциальные уравнения движения ПМУ [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + m\sigma \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{\rho v^2}{2} c \frac{dC_L}{d\alpha} \left[\theta + \frac{1}{v} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{v} \left(\frac{3}{4} c - k_0 \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} \right] = 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(GJ_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - J_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - m\sigma \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \\ + \frac{\rho v^2}{2} c^2 \left\{ -\frac{c\pi}{8v} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \left(\frac{k_0}{c} - \frac{1}{4} \right) \frac{dC_L}{d\alpha} \left[\theta + \frac{1}{v} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{v} \left(\frac{3}{4} c - k_0 \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} \right] \right\} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где EJ — жесткость сечения ПМУ на изгиб; EJ_p — жесткость сечения ПМУ на кручение; σ — расстояние от центра жесткости сечения до центра тяжести (рис. 2); c — длина (хорда) сечения; k_0 — расстояние от передней кромки сечения ПМУ до центра жесткости; m — погонная масса ПМУ в рассматриваемом сечении (с учетом присоединенной массы жидкости); J_m — момент инерции единицы длины ПМУ относительно центра жесткости сечения (с учетом присоединенного момента инерции); $dC_L/d\alpha$ — производная коэффициента подъемной силы сечения ПМУ по углу

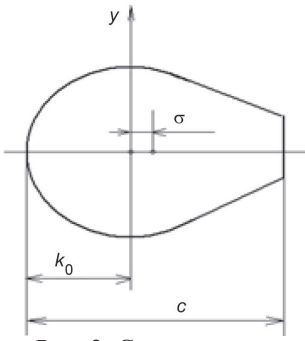


Рис. 2. Схематизация сечения ПМУ.

атаки; ρ – плотность воды; v – скорость движения подводного объекта; y – приращение ординаты центра жесткости при вибрациях ПМУ; θ – приращение угла атаки при вибрациях ПМУ.

Значение производной коэффициента подъемной силы по углу атаки $dC_L/d\alpha$ может быть получено на основе экспериментальных данных или с использованием современных программных комплексов численного решения уравнений движения вязкой жидкости (например, ANSYS/Fluent).

Эти дифференциальные уравнения содержат неизвестные функции $y(x, t)$, $\theta(x, t)$ и неизвестный параметр v . Чтобы определить возможные колебания ПМУ, надо еще написать граничные условия, которым должны удовлетворять функции $y(x, t)$ и $\theta(x, t)$. В соответствии с рис. 1 при $x = 0$ мы имеем свободный конец ПМУ, и, следовательно,

перерезывающая сила, изгибающий момент и крутящий момент равны нулю. Это приводит к следующим условиям:

$$EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2}{\partial x} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = 0, \quad GJ_p \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

При $x = l$ примем условие жесткой заделки ПМУ с корпусом подводного объекта:

$$y = 0, \quad \partial y / \partial x = 0, \quad \theta = 0. \quad (3)$$

Подъемно-мачтовое устройство, нагруженное гидродинамическими силами, является неконсервативной (автоколебательной) системой. Для таких систем при определенных сочетаниях параметров системы и скорости внешнего потока возможны неустойчивые режимы колебаний.

Критическая скорость — та скорость, при которой действительная часть одного из корней характеристического уравнения системы (1) обращается в ноль. В [4, 7] разработан ряд приближенных способов определения критической скорости базирующихся на методах Рунге и Бубнова-Галеркина, однако в данной работе для определения критической скорости предложен более точный метод комплексных амплитуд, широко использующий возможности современных вычислительных средств.

Определение критической скорости изгибно-крутильного флаттера с использованием метода комплексных амплитуд. Запишем систему уравнений связанных изгибно-крутильных колебаний ПМУ в общем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + A_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + A_2 \theta + A_3 \frac{\partial \theta}{\partial t} + A_4 \frac{\partial y}{\partial t} = 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(GJ_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - J_m \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + B_1 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + B_2 \theta + B_3 \frac{\partial \theta}{\partial t} + B_4 \frac{\partial y}{\partial t} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $A_1 = m\sigma$; $A_2 = \frac{\rho v^2}{2} c \frac{dC_L}{d\alpha}$; $A_3 = \frac{\rho v}{2} c \frac{dC_L}{d\alpha} \left(\frac{3}{4} c - k_0 \right)$; $A_4 = \frac{\rho v}{2} c \frac{dC_L}{d\alpha}$;

$$B_1 = -m\sigma; \quad B_2 = \frac{\rho v^2}{2} c^2 \left(\frac{k_0}{c} - \frac{1}{4} \right) \frac{dC_L}{d\alpha}; \quad B_3 = \frac{\rho v}{2} c^2 \left\{ -\frac{c\pi}{8} + \left(\frac{k_0}{c} - \frac{1}{4} \right) \frac{dC_L}{d\alpha} \left(\frac{3}{4} c - k_0 \right) \right\};$$

$$B_4 = \frac{\rho v}{2} c^2 \left(\frac{k_0}{c} - \frac{1}{4} \right) \frac{dC_L}{d\alpha}.$$

Будем искать решение системы (4) в виде:

$$y = Y(x)e^{\lambda t}, \quad \theta = \Theta(x)e^{\lambda t}, \quad (5)$$

где $\lambda = \alpha + i\beta$, а амплитуды $Y(x)$ и $\Theta(x)$ представим в комплексной форме:

$$Y(x) = u(x) + i\tilde{u}(x); \quad \Theta(x) = \hat{\theta}(x) + i\tilde{\theta}(x).$$

Подставляя выражения (5) в (4) и выделяя комплексные и мнимые части, приходим к системе из четырех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + m (\alpha^2 - \beta^2) u - 2m\tilde{u}\alpha\beta + A_1 (\alpha^2 - \beta^2) \hat{\theta} - 2A_1\alpha\beta\tilde{\theta} + \\
 & + A_2\hat{\theta} + A_3\alpha\hat{\theta} - A_3\beta\tilde{\theta} + A_4\alpha u - A_4\beta\tilde{u} = 0; \\
 & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial x^2} \right) + m (\alpha^2 - \beta^2) \tilde{u} + 2mu\alpha\beta + A_1 (\alpha^2 - \beta^2) \tilde{\theta} + 2A_1\alpha\beta\hat{\theta} + \\
 & + A_2\tilde{\theta} + A_3\alpha\tilde{\theta} + A_3\beta\hat{\theta} + A_4\alpha\tilde{u} + A_4\beta u = 0; \\
 & \frac{d}{dx} \left(GJ_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + B_1 (\alpha^2 - \beta^2) u - 2B_1\alpha\beta\tilde{u} - J_m (\alpha^2 - \beta^2) \hat{\theta} + 2J_m\alpha\beta\tilde{\theta} + \\
 & + B_2\hat{\theta} + B_3\alpha\hat{\theta} - B_3\beta\tilde{\theta} + B_4\alpha u - B_4\beta\tilde{u} = 0; \\
 & \frac{d}{dx} \left(GJ_p \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x} \right) + B_1 (\alpha^2 - \beta^2) \tilde{u} + 2B_1\alpha\beta u - J_m (\alpha^2 - \beta^2) \tilde{\theta} - 2J_m\alpha\beta\hat{\theta} + \\
 & + B_2\tilde{\theta} + B_3\alpha\tilde{\theta} + B_3\beta\hat{\theta} + B_4\alpha\tilde{u} + B_4\beta u = 0.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Обозначая $u_1 \equiv u$, $\tilde{u}_1 \equiv \tilde{u}$, $\hat{\theta}_1 \equiv \hat{\theta}$, $\tilde{\theta}_1 \equiv \tilde{\theta}$ приведем систему (6) к системе из двенадцати дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned}
 & \frac{du_1}{dx} = u_2; \quad \frac{du_2}{dx} = \frac{1}{EJ(x)} u_3; \quad \frac{du_3}{dx} = u_4; \\
 & \frac{du_4}{dx} = -m (\alpha^2 - \beta^2) u_1 + 2m\tilde{u}_1\alpha\beta - A_1 (\alpha^2 - \beta^2) \hat{\theta}_1 + 2A_1\alpha\beta\tilde{\theta}_1 - \\
 & - A_2\hat{\theta}_1 - A_3\alpha\hat{\theta}_1 + A_3\beta\tilde{\theta}_1 - A_4\alpha u_1 + A_4\beta\tilde{u}_1; \\
 & \frac{d\hat{\theta}_1}{dx} = \frac{1}{GJ_p(x)} \hat{\theta}_2; \\
 & \frac{d\hat{\theta}_2}{dx} = -B_1 (\alpha^2 - \beta^2) u_1 + 2B_1\alpha\beta\tilde{u}_1 + J_m (\alpha^2 - \beta^2) \hat{\theta}_1 - 2J_m\alpha\beta\tilde{\theta}_1 - \\
 & - B_2\hat{\theta}_1 - B_3\alpha\hat{\theta}_1 + B_3\beta\tilde{\theta}_1 - B_4\alpha u_1 + B_4\beta\tilde{u}_1; \\
 & \frac{d\tilde{u}_1}{dx} = \tilde{u}_2; \quad \frac{d\tilde{u}_2}{dx} = \frac{1}{EJ(x)} \tilde{u}_3; \quad \frac{d\tilde{u}_3}{dx} = \tilde{u}_4; \\
 & \frac{d\tilde{u}_4}{dx} = -m (\alpha^2 - \beta^2) \tilde{u}_1 + 2mu_1\alpha\beta - A_1 (\alpha^2 - \beta^2) \tilde{\theta}_1 - 2A_1\alpha\beta\hat{\theta}_1 - \\
 & - A_2\tilde{\theta}_1 - A_3\alpha\tilde{\theta}_1 - A_3\beta\hat{\theta}_1 - A_4\alpha\tilde{u}_1 + A_4\beta u_1; \\
 & \frac{d\tilde{\theta}_1}{dx} = \frac{1}{GJ_p(x)} \tilde{\theta}_2; \\
 & \frac{d\tilde{\theta}_2}{dx} = -B_1 (\alpha^2 - \beta^2) \tilde{u}_1 + 2B_1\alpha\beta u_1 + J_m (\alpha^2 - \beta^2) \tilde{\theta}_1 + 2J_m\alpha\beta\hat{\theta}_1 - \\
 & - B_2\tilde{\theta}_1 - B_3\alpha\tilde{\theta}_1 - B_3\beta\hat{\theta}_1 - B_4\beta u_1.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Система (7) представима в матричной форме:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = A\bar{u}, \quad \text{где } \bar{u} = \left[u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ \hat{\theta}_1 \ \hat{\theta}_2 \ \tilde{u}_1 \ \tilde{u}_2 \ \tilde{u}_3 \ \tilde{u}_4 \ \tilde{\theta}_1 \ \tilde{\theta}_2 \right]^T, \tag{8}$$

здесь штрих означает операцию транспонирования вектора.

В соответствии с (2), (3) граничными условиями для системы (8) являются:

$$\begin{aligned}
 u_3(0) &= 0; \tilde{u}_3(0) = 0; u_4(0) = 0; \tilde{u}_4(0) = 0; \hat{\theta}_2(0) = 0; \tilde{\theta}_2(0) = 0; \\
 u_1(l) &= 0; \tilde{u}_1(l) = 0; u_2(l) = 0; \tilde{u}_2(l) = 0; \hat{\theta}_1(l) = 0; \tilde{\theta}_1(l) = 0.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Система дифференциальных уравнений (8) имеет двенадцать линейно-независимых частных решений \bar{u}_i ($i = 1, 2, 3, \dots, 12$). Эти решения можно найти, интегрируя уравнения (8) при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned}
 \bar{u}_1(0) &= [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; \\
 \bar{u}_2(0) &= [0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; \\
 &\dots\dots\dots \\
 \bar{u}_{12}(0) &= [0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1].
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Интегрирование системы дифференциальных уравнений (8) при фиксированных значениях α и β , начальных условиях (10) и соотношениях (9) можно провести любым стандартным методом численного интегрирования, например методом Рунге-Кутты.

Общее решение системы (8) может быть представлено в виде суммы двенадцати линейно-независимых частных решений:

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^{12} C_i \bar{u}_i.
 \tag{11}$$

или в скалярной форме для компонента вектора \bar{u} : $u_k = \sum_{i=1}^{12} C_i u_{ki}$.

Здесь u_{ki} означает k -ую компоненту вектора \bar{u} в i -ом частном решении.

С учетом первых шести граничных условий (9) постоянные $C_3 = 0$, $C_4 = 0$, $C_6 = 0$, $C_9 = 0$, $C_{10} = 0$, $C_{12} = 0$ и общее решение системы (8) будет иметь вид:

$$\bar{u} = C_1 \bar{u}_1 + C_2 \bar{u}_2 + C_5 \bar{u}_5 + C_7 \bar{u}_7 + C_8 \bar{u}_8 + C_{11} \bar{u}_{11}.$$

Граничные условия в сечении $x = l$ эквивалентны следующим равенствам:

$$\begin{aligned}
 C_1 u_{11}(l) + C_2 u_{12}(l) + C_5 u_{15}(l) + C_7 u_{17}(l) + C_8 u_{18}(l) + C_{11} u_{111}(l) &= 0; \\
 C_1 u_{21}(l) + C_2 u_{22}(l) + C_5 u_{25}(l) + C_7 u_{27}(l) + C_8 u_{28}(l) + C_{11} u_{211}(l) &= 0; \\
 C_1 u_{51}(l) + C_2 u_{52}(l) + C_5 u_{55}(l) + C_7 u_{57}(l) + C_8 u_{58}(l) + C_{11} u_{511}(l) &= 0; \\
 C_1 u_{71}(l) + C_2 u_{72}(l) + C_5 u_{75}(l) + C_7 u_{77}(l) + C_8 u_{78}(l) + C_{11} u_{711}(l) &= 0; \\
 C_1 u_{81}(l) + C_2 u_{82}(l) + C_5 u_{85}(l) + C_7 u_{87}(l) + C_8 u_{88}(l) + C_{11} u_{811}(l) &= 0; \\
 C_1 u_{111}(l) + C_2 u_{112}(l) + C_5 u_{115}(l) + C_7 u_{117}(l) + C_8 u_{118}(l) + C_{11} u_{1111}(l) &= 0.
 \end{aligned}$$

Эти равенства представляют собой систему шести алгебраических уравнений относительно $C_1, C_2, C_5, C_7, C_8, C_{11}$. Для того чтобы эта система имела нетривиальное решение необходимо обращение в ноль ее определителя $D(\alpha, \beta) = 0$. Таким образом, необходимо найти такие комплексные собственные значения $\lambda_j = \alpha_j + \beta_j$ при которых этот определитель становится равным нулю. Действительная и мнимая части комплексных собственных значений зависят от скорости потока v . Определяя λ_j в зависимости от v , можно установить критическое значение v_k , при котором действительная часть одного из комплексных корней λ_j обращается в ноль, и если при $v > v_k$ действительная часть одного из комплексных корней λ_j становится больше нуля, то колебания ПМУ в потоке становятся неустойчивыми.

В случае если ПМУ имеет на свободном конце наделку массы m_{nd} (с возможным учетом присоединенной массы наделки), приравнивая перерезывающую и инерционную силу на этом конце, получим следующее граничное условие:

$$\begin{aligned}
 u_4(0) + i\tilde{u}_4(0) &= m_{nd} (\beta^2 - \alpha^2 - 2i\alpha\beta)(u_1(0) + i\tilde{u}_1(0)); \\
 u_4(0) &= m_{nd} (\beta^2 - \alpha^2)u_1(0) + 2m_{nd}\alpha\beta\tilde{u}_1(0);
 \end{aligned}$$

$$\tilde{u}_4(0) = m_{nd}(\beta^2 - \alpha^2)\tilde{u}_1(0) - 2m_{nd}\alpha\beta u_1(0).$$

Тогда с учетом (10) и (11), получим:

$$\begin{aligned} C_4 &= C_1 m_{nd}(\beta^2 - \alpha^2) + C_7 2m_{nd}\alpha\beta; \\ C_{10} &= C_7 m_{nd}(\beta^2 - \alpha^2) - C_1 2m_{nd}\alpha\beta. \end{aligned} \tag{12}$$

А граничные условия при $x = l$ будут иметь вид:

$$\begin{aligned} C_1 u_{11}(l) + C_2 u_{12}(l) + C_4 u_{14}(l) + C_5 u_{15}(l) + C_7 u_{17}(l) + C_8 u_{18}(l) + C_{10} u_{110}(l) + C_{11} u_{111}(l) &= 0; \\ C_1 u_{21}(l) + C_2 u_{22}(l) + C_4 u_{24}(l) + C_5 u_{25}(l) + C_7 u_{27}(l) + C_8 u_{28}(l) + C_{10} u_{210}(l) + C_{11} u_{211}(l) &= 0; \\ C_1 u_{51}(l) + C_2 u_{52}(l) + C_4 u_{54}(l) + C_5 u_{55}(l) + C_7 u_{57}(l) + C_8 u_{58}(l) + C_{10} u_{510}(l) + C_{11} u_{511}(l) &= 0; \\ C_1 u_{71}(l) + C_2 u_{72}(l) + C_4 u_{74}(l) + C_5 u_{75}(l) + C_7 u_{77}(l) + C_8 u_{78}(l) + C_{10} u_{710}(l) + C_{11} u_{711}(l) &= 0; \\ C_1 u_{81}(l) + C_2 u_{82}(l) + C_4 u_{84}(l) + C_5 u_{85}(l) + C_7 u_{87}(l) + C_8 u_{88}(l) + C_{10} u_{810}(l) + C_{11} u_{811}(l) &= 0; \\ C_1 u_{111}(l) + C_2 u_{112}(l) + C_4 u_{114}(l) + C_5 u_{115}(l) + C_7 u_{117}(l) + C_8 u_{118}(l) + C_{10} u_{1110}(l) + C_{11} u_{1111}(l) &= 0. \end{aligned}$$

Эти равенства с учетом соотношений (12), опять же, представляют собой систему шести алгебраических уравнений относительно $C_1, C_2, C_5, C_7, C_8, C_{11}$ для определения комплексных собственных значений.

Основная трудность при определении λ_j вызвана тем, что определитель D обращается в нуль без изменения знака [6], то есть касается плоскости α, β (рис. 3).

Однако реализованные в современных пакетах математического моделирования, процедуры минимизации функций нескольких переменных позволяют эффективно решать эту задачу. В качестве примера на рис. 4 представлена поверхность изменения определителя D для ПМУ «Кодак» при скорости потока $v = 5$ м/с.

Значения действительной и мнимой частей основного собственного комплексного числа λ_1 равны: $\alpha_1 = -0.035, \beta_1 = 26.8$. Так как действительная часть λ_1 меньше нуля, то колебания ПМУ

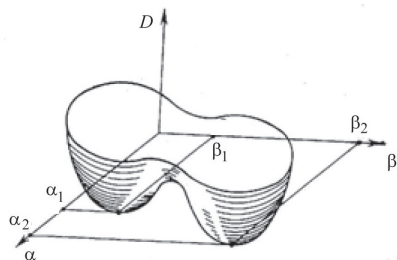


Рис. 3. Качественный вид поверхности изменения определителя D :
- точка касания, соответствующая первому собственному значению;
- точка касания, соответствующая второму собственному значению.

в потоке являются затухающими и соответствующий режим движения устойчив, комплексная часть λ_1 отвечает основной собственной частоте колебаний ПМУ в потоке жидкости. Следующая точка касания поверхности D плоскости параметров α, β (рис. 4, б) соответствует второй форме колебаний ПМУ и также устойчива. Как показывают расчеты, конструкция ПМУ «Кодак» устойчива к изгибно-крутильному флаттеру во всем диапазоне эксплуатационных параметров.

В соответствии с [4] рассмотрим причины возникновения изгибно-крутильного флаттера консольных конструкций в потоке жидкости. На рис. 5, а показаны возможные положения какого-либо сечения ПМУ в разные промежутки времени при флаттере. Существенно при этом то, что когда сечение из-за

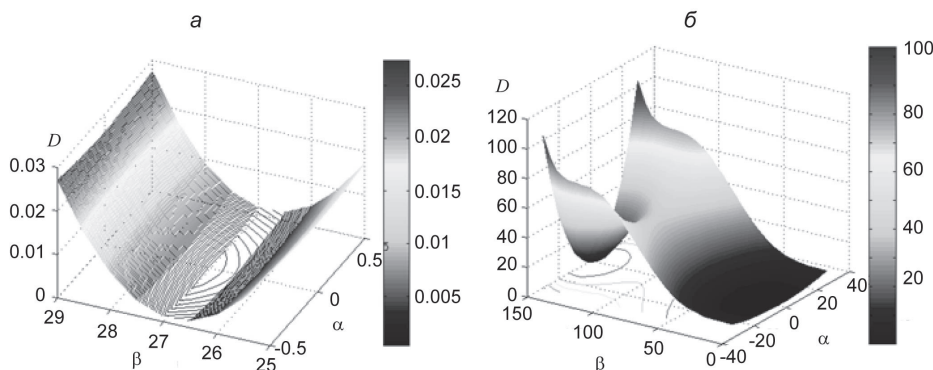


Рис. 4. Поверхность изменения определителя D .

а — укрупненный вид вблизи основного собственного комплексного числа $\lambda_1 = \alpha_1 + i\beta_1$, б — общий вид.

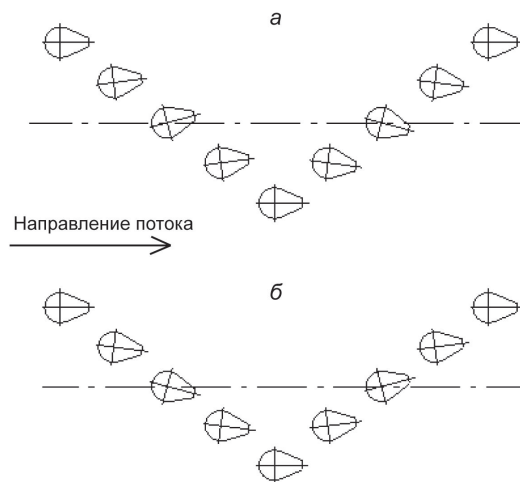


Рис. 5. Положения сечения при колебаниях.
 а — центр тяжести сечения за центром жесткости;
 б — центр тяжести сечения перед центром жесткости.

изгиба ПМУ движется сверху вниз (соответствует боковому движению ПМУ), вследствие закручивания возникает дополнительная подъемная сила, направленная в ту же сторону, куда движется сечение и стремится увеличить колебания, то есть является возбуждающей. Это и служит причиной возникновения изгибно-крутильного флаттера. Направление же подъемной силы обусловлено тем, что при движении вниз сечение перекручивается на отрицательные углы атаки, а при движении вверх — на положительные. Происходит это потому, что центр тяжести сечения расположен за центром жесткости и кормовая часть сечения из-за инерционных свойств отстает от движения центра жесткости. Если сместить центр тяжести сечения в носовую часть, то при тяжелой носовой части сечения оно будет перекручиваться на положительные углы атаки при движении вниз и на отрицательные — при движении вверх (рис. 5, б). Следовательно, подъемная сила будет гасить колебания и изгибно-крутильный флаттер в этом случае возникнуть не может. Таким образом, одним из основных средств борьбы с изгибно-крутильным флаттером является смещение центра тяжести сечений ближе к носовой части. Передвижение центра тяжести сечения вперед увеличивает критическую скорость флаттера.

Вместе с тем отметим, что даже при наличии возбуждающих гидродинамических сил, флаттер не возникает, если демпфирующие гидродинамические силы, препятствующие перемещению сечения, а также силы трения в конструкции оказывают большее воздействие, чем возбуждающие. С увеличением скорости потока возбуждающие силы могут расти быстрее демпфирующих, и, начиная с некоторой скорости, работа, совершаемая возбуждающими силами, превышает работу, затрачиваемую вибрирующей системой на преодоление демпфирующих воздействий. Начиная с этой критической скорости, амплитуда колебаний, возникших под действием любого случайного импульса, будет возрастать, то есть возникнет флаттер. Если скорость потока меньше критической, то возникающие колебания затухают, если больше, то происходят с увеличивающейся амплитудой.

В работе приведены уравнения изгибно-крутильных колебаний ПМУ как стержня переменного поперечного сечения, работающего на изгиб и кручение в потоке жидкости. На основе метода комплексных амплитуд предложен алгоритм расчета критической скорости изгибно-крутильного флаттера ПМУ. С использованием данного алгоритма на примере реальной конструкции определены комплексные собственные числа, позволяющие судить об устойчивости ПМУ в потоке при заданной скорости движения подводного объекта и определять собственные частоты колебаний. Указаны причины, которые могут приводить к возникновению изгибно-крутильного флаттера ПМУ.

Литература

1. Алдошин Г. Т. Теория линейных и нелинейных колебаний. СПб.: Лань, 2013. 312 с.
2. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Физматлит, 1961. 340 с.
3. Девнин С. И. Гидроупругость конструкций при отрывном обтекании. Л.: Судостроение, 1975. 192 с.
4. Келдыш М. В. Избранные труды. Механика. М.: Наука, 1985. 568 с.
5. Светлицкий В. А. Механика стержней. Т. 2. М.: Высшая школа, 1987. 304 с.
6. Светлицкий В. А. Механика трубопроводов и шлангов. М.: Машиностроение, 1982. 280 с.
7. Фын Я. Ц. Введение в теорию аэроупругости М.: Физматлит, 1959. 524 с.

Статья поступила в редакцию 28.02.2014 г.