УДК 551.466

© *Е. А. Рувинская, О. Е. Куркина, А. А. Куркин, А. А. Наумов*
Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева, Нижний Новгород
e.rouvinskaya@gmail.com

Перенос частиц при распространении бризеров внутренних гравитационных волн

Для жидкости с квазитрехслойной стратификацией плотности исследованы особенности переноса жидких частиц при распространении длинных нелинейных локализованных волновых пакетов (бризеров) в рамках слабонелинейной теории. Для описания смещений в максимуме вертикальной бароклинной моды использовалось уравнение Гарднера. Для определения полей смещений, вертикальных и горизонтальных скоростей, необходимых для нахождения Лагранжевых траекторий частиц, использовалось три варианта вертикальной структуры волновых полей: линейная мода, слабонелинейное приближение (с учетом первой нелинейной поправки к линейной моде) и слабонелинейное слабодисперсионное приближение (учитывались как первая нелинейная, так и первая дисперсионная поправки). Поскольку поля скоростей, индуцированные нелинейным волновым пакетом, мгновенно изменяются, исследовались процессы переноса частиц для разных начальных конфигураций бризеров. Проведено сравнение формы траекторий частиц для разных горизонтов и разных конфигураций бризеров. Показано, что использование слабонелинейной модели достаточно для определения траекторий жидких частиц, поскольку учет первой дисперсионной поправки к модовой функции почти не влияет на качественные и количественные характеристики смещения частиц. Выявлено существенное отличие решения задачи о траекториях жидких частиц для двух типов нелинейных волновых движений в стратифицированной жидкости — солитонов и бризеров.

Ключевые слова: внутренние волны, перенос частиц, бризеры, численное моделирование.

E. A. Ruvinskaya, O. E. Kurkina, A. A. Kurkin, A. A. Naumov
Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R. E. Alekseev
e.rouvinskaya@gmail.com

Transport of Particles at the Propagation of Breathers of Internal Gravity Waves

The distinctive features of particle transport during the propagation of long nonlinear localized wave packets (breathers) in quasi three-layer fluid are investigated in the framework of weakly nonlinear theory. To describe the displacement at the maximum of vertical baroclinic mode the Gardner equation is used. To determine the fields of displacements, vertical and horizontal velocities, which are used for finding of Lagrangian particle trajectories, three variants of the wave fields' vertical structure are used: linear mode, weakly nonlinear approximation (with taking into account the first nonlinear amendment to linear mode) and weakly nonlinear weakly dispersive approximation (with taking into account both the first nonlinear amendment and the first dispersive amendment to linear mode). Since the velocity fields induced by nonlinear wave packets change immediately, the processes of particle transport are investigated for different initial configurations of breathers. The comparison of the form of particle trajectories for different horizons and different breathers' configurations is made. It is shown that the use of the weakly nonlinear model is sufficient to determine the trajectories of fluid particles. Taking into account the first dispersive amendment to the modal function almost does not affect the quality and quantity of particles' displacements. A significant difference between solutions of the problem of fluid particles' trajectories for two types of nonlinear wave motions in a stratified fluid — solitons and breathers — is revealed.

Key words: internal wave, particle transport, breathers, numerical simulation.

Существует значительное количество работ, в которых исследовано воздействие интенсивных внутренних волн на процессы, происходящие в природных акваториях: горизонтальный и вертикальный обмен, перераспределение потоков тепла, импульса, перемешивание вод, формирование рельефа дна и др. [1—7]. Доказано, что такие волны могут создавать значительные нагрузки и изгибающие моменты на подводные части гидротехнических сооружений [8—11], а также способствуют ресуспендированию осадков и переносу наносов [7, 12, 13]. В последнее время процессы переноса частиц посредством индуцированных внутренними волнами потоков активно исследуются в рамках различных прикладных направлений, связанных с гидробиологией (миграция планктона, бентоса), экологией (распространение примесей и загрязнений) и инженерной океанологией.

Нелинейные волновые движения в стратифицированных потоках характеризуются большим разнообразием режимов и форм. Отдельного внимания в этом контексте заслуживают локализованные возмущения, которые в слабонелинейном пределе описываются фундаментальными неизлучающими решениями: солитонами и бризерами соответствующих упрощенных моделей — эволюционных уравнений. Зависимость расстояния переноса частиц при прохождении уединенных внутренних волн, а также их траекторий от амплитуды солитонов и стратификации плотности жидкости подробно исследованы в работах [14, 15] в рамках различных слабонелинейных моделей. Целью настоящей работы является изучение процессов переноса жидких частиц при распространении длинных нелинейных локализованных волновых пакетов — бризеров. Форма таких осциллирующих волновых пакетов может меняться в широких пределах от пары разнополярных связанных осциллирующих солитонов до волнового пакета с солитоноподобной огибающей в зависимости от параметров бризера [16—19]. Долговременное распространение бризера внутренней волны в рамках уравнений Эйлера было подтверждено численным моделированием [20]. Осциллирующие волновые пакеты иногда также наблюдаются в океане. Например, в [21], где приведены результаты исследования поля внутренних волн у побережья Южной Кореи, зафиксирован бризероподобный пакет внутренних волн. Наблюдения волнового пакета также приведены в книге Осборна [10] для Андаманского моря.

Лагранжевы траектории: структура поля скорости при распространении бризера внутренней волны. Слабонелинейная теория длинных внутренних волн часто привлекается для описания наблюдаемых уединенных возмущений и волновых цугов. Здесь мы будем использовать слабонелинейную теорию длинных волн в стратифицированной среде для инициализации полей скорости и расчета зависящих от скоростей Лагранжевых траекторий частиц, определяемых из решения системы дифференциальных уравнений [14, 22]:

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dt}\vec{r}(t) = \vec{U}\left(\vec{r}\,(t), t\right), \\ \vec{r}(t = t_0) = \vec{r}_0, \end{cases} \tag{1}$$

где $\vec{r}(t) = \left(x\,(t), z\,(t)\right)$ — вектор, содержащий координаты частицы в момент времени t, $\vec{U}\left(\vec{r}\,(t), t\right) = \left(u\,(x,z,t), w\,(x,z,t)\right)$ — вектор скорости в данной точке, содержащий значения горизонтальной и вертикальной компонент, $\vec{r}_0 = (x_0, z_0)$ — вектор начальных координат частицы.

При расчете волновых полей нами используются приближение Буссинеска и твердой крышки на поверхности (обычно применяемые при описании внутренних волн в условиях реального океана). Жидкость предполагается невязкой. Не учитываются фоновые сдвиговые горизонтальные течения и эффекты вращения Земли.

Слабонелинейная теория длинных внутренних волн в стратифицированной жидкости (здесь рассматривается вертикальная плоскость) предполагает представление волнового поля (в частности, смещения изопикнических поверхностей) в виде ряда [23]:

$$\zeta(z,x,t) = \eta(x,t)\Phi(z) + \eta^2(x,t)T_n(z), \tag{2}$$

где x — горизонтальная ось, z — вертикальная ось, направленная вверх, t — время, $\eta(x, t)$ описывает трансформацию волны вдоль оси распространения и ее эволюцию во времени. Модовая функция

$\Phi(z)$ (вертикальная бароклинная мода) описывает вертикальную структуру длинных внутренних волн, а функция $T_n(z)$ является первой нелинейной поправкой к линейной моде $\Phi(z)$. Функция $\Phi(z)$ определяется решением следующей задачи на собственные значения:

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2}+\frac{N^2(z)}{c^2}\Phi=0\,,\ \Phi(0)=\Phi(H)=0. \tag{3}$$

Здесь собственное значение c определяет фазовую скорость длинных линейных внутренних волн, H — глубина бассейна; $z = 0$ соответствует дну, $z = H$ — поверхности воды; $N(z)$ — частота плавучести (Брента—Вяйсяля), определяемая формулой:

$$N^2(z)=-\frac{g}{\rho(z)}\frac{d\rho(z)}{dz},$$

где g — ускорение свободного падения, $\rho(z)$ — невозмущенный профиль плотности морской воды. Известно, что задача (3) обладает бесконечным набором решений: собственных значений $c^1 > c^2 > c^3 > \ldots$ и собственных функций $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \ldots$ Как правило, значительная часть энергии спектра наблюдаемых в океане внутренних волн приходится на низшую моду, которой соответствует решение Φ, не имеющее нулей внутри интервала $z \in (0, H)$. Удобно нормализовать решение так, чтобы максимум $\Phi(z)\Phi_{max}$ был $\Phi_{max} = \Phi(z_{max}) = 1$.

В этом случае решение в низшем порядке $\eta(x, t)$ совпадает с изопикнической поверхностью на горизонте z_{max}:

$$\varsigma(x,z_{\max},t)=\eta(x,t)\,. \tag{4}$$

Функция $T_n(z)$ находится как решение неоднородной краевой задачи:

$$\frac{d^2T_n}{dz^2}+\frac{N^2}{c^2}T_n=-\frac{\alpha}{c}\frac{d^2\Phi}{dz^2}+\frac{3}{2}\frac{d}{dz}\left[\left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^2\right],\ T_n(0)=T_n(H)=0\,, \tag{5}$$

где

$$\alpha=\frac{3c}{2D}\int_0^H\left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^3dz\,,\ D=\int_0^H\left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^2dz\,.$$

При таком подходе функция $\eta(x, t)$ удовлетворяет нелинейному эволюционному уравнению Гарднера:

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}+\left(c+\alpha\eta+\alpha_1\eta^2\right)\frac{\partial\eta}{\partial x}+\beta\frac{\partial^3\eta}{\partial x^3}=0\,. \tag{6}$$

Коэффициенты этого уравнения определяются через функции $\Phi(z)$ и $T_n(z)$:

$$\beta=\frac{c}{2D}\int_0^H\Phi^2dz\,.$$

Решение краевых задач (3), (5) обычно строится на основании модельных или измеренных профилей плотности морской воды, по которым находится профиль частоты Брента—Вяйсяля (3). Также для этого могут использоваться уравнение состояния морской воды [24], океанографические базы данных и климатологические атласы, содержащие данные о распределении температуры и солености, например, GDEM [25] или WOA [26].

При положительных значениях коэффициента кубической нелинейности α_1 существуют бризерные решения уравнения (6), которые были получены впервые в работе [27]. Если характерные пространственные и временные масштабы волновых движений определены следующим образом:

$$\tilde{L}=\sqrt{\frac{6\beta|\alpha_1|}{\alpha^2}}\,,\ \tilde{T}=\frac{1}{\beta}\left(\frac{6\beta|\alpha_1|}{\alpha^2}\right)^{3/2}\,,\ A_0=\frac{\alpha}{|\alpha_1|}\,,\ V_0=\frac{\tilde{L}}{\tilde{T}},,$$

то бризеры уравнения Гарднера в размерном виде описываются следующей формулой:

$$A(x,t)=2A_0qp\,\frac{\dfrac{\mathrm{ch}\eta\cos\psi+\cos\theta\mathrm{ch}\varphi}{q\sin\theta\mathrm{ch}\varphi+p\mathrm{sh}\eta\cos\psi}+\dfrac{\mathrm{sh}\eta\sin\psi+\sin\theta sh\varphi}{q\cos\theta\mathrm{sh}\varphi-p\mathrm{ch}\eta\sin\psi}}{\dfrac{p\mathrm{ch}\eta\sin\psi-q\cos\theta\mathrm{sh}\varphi}{q\sin\theta\mathrm{ch}\varphi+p\mathrm{sh}\eta\cos\psi}-\dfrac{p\mathrm{sh}\eta\cos\psi+q\sin\theta\mathrm{ch}\varphi}{q\cos\theta\mathrm{sh}\varphi-p\mathrm{ch}\eta\sin\psi}}\,, \tag{7}$$

где

$$\eta = q\left(x/\tilde{L} - V_{BR}\cdot t/\tilde{T} - x_{BR}/\tilde{L}\right), V_{BR} = q^2 - 3p^2, \theta = p\left(x/\tilde{L} - \omega_{BR}\cdot t/\tilde{T} - x_{ph}/\tilde{L}\right),$$
$$\omega_{BR} = 3q^2 - p^2, \delta = \frac{1}{2\gamma}\ln\frac{i+\gamma}{i-\gamma}, \gamma = q + ip, \varphi = \mathrm{Re}(\gamma\delta), \psi = \mathrm{Im}(\gamma\delta). \quad (8)$$

Параметры q и p являются свободными, причем на них накладывается условие:

$$q > 0,\ p > 0.$$

При $p >> q$ волновой пакет содержит большое число волн. Групповая скорость бризера (скорость огибающей) равна $V = c + V_{BR}\cdot V_0$, величина является скоростью несущей, x_{BR} и x_{ph} — произвольные действительные константы. Через время

$$T = T_{BR}\cdot\tilde{T},\ T_{BR} = \frac{\pi}{p(q^2+p^2)}$$

бризер периодически повторяет свою форму.

Расширенное уравнение Кортевега—де Вриза, из которого посредством учета членов квадратичной и кубической нелинейности в одном порядке получено уравнение Гарднера, содержит также дисперсионные поправки к вертикальной структуре модовой функции. Первая такая дисперсионная поправка так же, как и функция $T_n(z)$ находится из решения неоднородной краевой задачи:

$$\frac{d^2T_d}{dz^2} + \frac{N^2}{c^2}T_d = -2\beta\frac{d^2\Phi}{dz^2} - \Phi,\ T_d(0) = T_d(H) = 0. \quad (9)$$

Выражение (2) с учетом первой дисперсионной поправки принимает вид:

$$\zeta(z,x,t) = \eta(x,t)\Phi(z) + \eta^2(x,t)T_n(z) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\eta(x,t)T_d(z). \quad (10)$$

Компоненты скорости частиц жидкости (u, w) в вертикальной плоскости (x, z) записываются в виде:

$$u(x,z,t) = u_{lin} + u_n + u_d,\ u_{lin} = c\eta(x,t)\frac{d\Phi}{dz},\ u_n = \left(\frac{\alpha}{2}\frac{d\Phi}{dz} + c\frac{dT_n}{dz}\right)\eta^2,\ u_d = \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2}\left[\beta\frac{d\Phi}{dz} + c\frac{dT_d}{dz}\right], \quad (11)$$

$$w(x,z,t) = w_{lin} + w_n + w_d,\ w_{lin} = -c\frac{\partial\eta}{\partial x}\Phi(z),$$
$$w_n = -\left(\alpha\Phi(z) + 2cF(z)\right)\eta\frac{\partial\eta}{\partial x},\ w_d = \frac{\partial^3\eta}{\partial x^3}\left[\beta\Phi + cT_d\right]. \quad (12)$$

Горизонтальный компонент скорости u дает наибольший вклад в локальную скорость течения. Это типично для длинных волн, и эта характеристика поля внутренних волн должна преимущественно рассматриваться при анализе процессов переноса частиц волнами, в том числе переноса в придонной области.

Таким образом, для вычисления траекторий жидких частиц при прохождении бризера внутренней волны необходимо определить модовую функцию $\Phi(z)$, нелинейную поправку к ней $T_n(z)$ (мы также будем учитывать влияние дисперсионной поправки $T_d(z)$) и смещение изопикн на уровне $z_{\max}$ (4). Вид и амплитуда функции $\eta(x, t)$ зависит от многих внешних факторов, определяющих генерацию внутренних волн, поэтому $\eta(x, t)$ находится путем детального численного моделирования в рамках уравнения Гарднера (6) или уточненных моделей КдВ-иерархии.

Инициализация модели. В качестве модельной выбрана квазитрехслойная стратификация плотности жидкости, определяемая выражением

$$\rho(z) = \rho_0 - \Delta\rho_1\tanh\left(\frac{z - z_{pyc_1}}{d_{pyc_1}}\right) - \Delta\rho_2\tanh\left(\frac{z - z_{pyc_2}}{d_{pyc_2}}\right),$$

где $z_{pyc_1} = -20$, $z_{pyc_2} = -50$, $d_{pyc_1} = d_{pyc_2} = 4$, $\Delta\rho_1 = \Delta\rho_2 = 5$ кг/м^3, $\rho_0 = 1020$ кг/м^3 при полной глубине

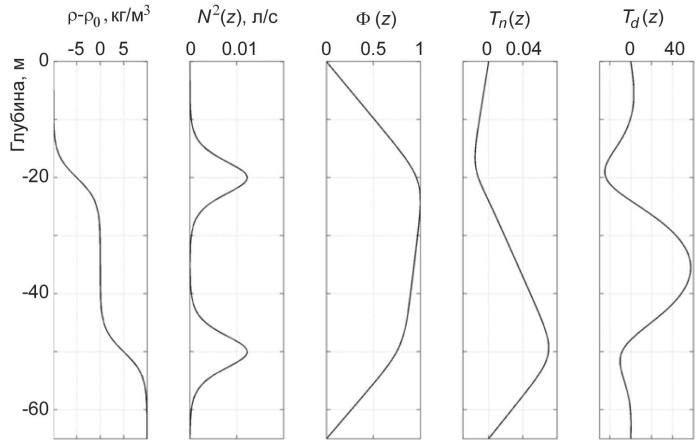

Рис. 1. Вертикальное распределение следующих характеристик (слева направо): плотностная стратификация, частота Брента—Вяйсяля, модовая функция Φ(z), первая нелинейная поправка к модовой функции — $T_n(z)$, первая нелинейная поправка к модовой функции — $T_d(z)$ в модельном бассейне.

бассейна, равной 65 м (рис. 1). Для такой жидкости решены задачи (3), (5), (9), функции Φ(z), $T_n(z)$, $T_d(z)$ представлены на рис. 1.

Параметры бризера первой моды (7) определены следующим образом: $q = 1$, $p = 3$. В разные моменты времени на своем периоде бризер будет иметь разную форму и индуцировать разные поля скорости внутри жидкости. Поэтому введем бегущие координаты следующим образом:

$$\begin{aligned} \eta &= q\left(x/\tilde{L} - (c/V_0 + V_{BR})(t+t_0)/\tilde{T} + (c + V_{BR}V_0)t_0/\tilde{L}\right), \\ \theta &= p\left(x/\tilde{L} - (c/V_0 + \omega_{BR})(t+t_0)/\tilde{T} + (c + V_{BR}V_0)t_0/\tilde{L}\right). \end{aligned} \tag{13}$$

Тогда выбирая t_0 на интервале $[0, T_{br}]$, получим в начальный момент времени любые возможные конфигурации волнового пакета, причем его центр будет находиться в точке $x = 0$.

Результаты моделирования: траектории жидких частиц. Будем исследовать траектории частицы, находящейся на некотором расстоянии от центра волнового пакета и смещающейся бризером выбранной конфигурации за время, равное полупериоду исследуемого волнового пакета (время, достаточное для захвата частицы, ее перемещение и отбегание от этой частицы).

Рассмотрим перенос частиц бризером первой моды, определяемым соотношениями (7), (8), (13) с параметрами $q = 1$, $p = 3$, $t_0 = 0$. На рис. 2 представлено поле смещений (2) для такого бризера в начальный момент времени и схема расположения жидких частиц, за которыми проводится наблюдение.

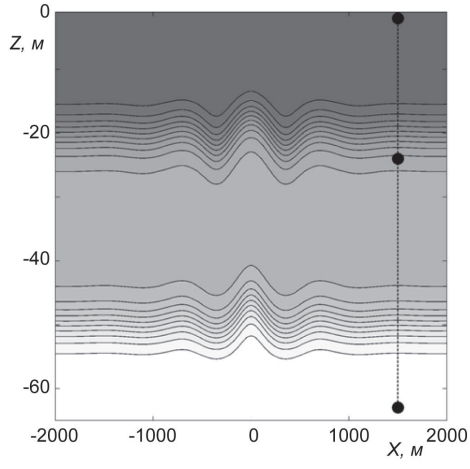

Рис. 2. Поле аномалии плотности для бризера с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при $t = 0$, $t_0 = 0$; черными точками отмечены положения жидких частиц, за которыми происходит наблюдение.

На рис. 3 представлено мгновенное распределение скорости для такого слабонелинейного бризера. Как видно из рис. 3, поле скорости внутри бризера внутренней волны имеет сложную структуру и представляет собой последовательность потоков, имеющих протяженность порядка 400—600 м, в каждом из которых направления, определяемые векторами полной скорости, представляют собой концентрические «окружности», расположенные во всей толще жидкости — от поверхности до дна. При этом направление движения в соседних потоках всегда различно. В каждый последующий момент времени это локализованное поле скорости будет перемещаться вместе с волной и изменять свою структуру. Такая сильная нелинейность, связанная

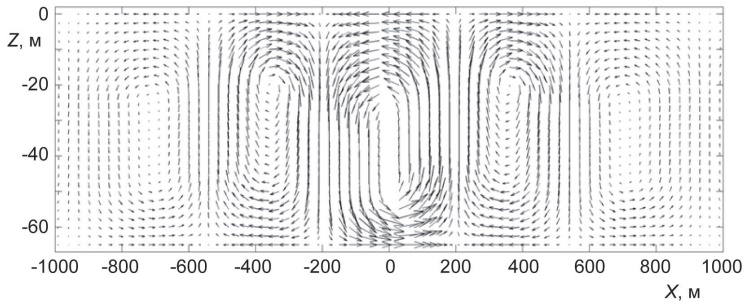

Рис. 3. Поле скорости для бризера с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при $t = 0$, $t_0 = 0$.

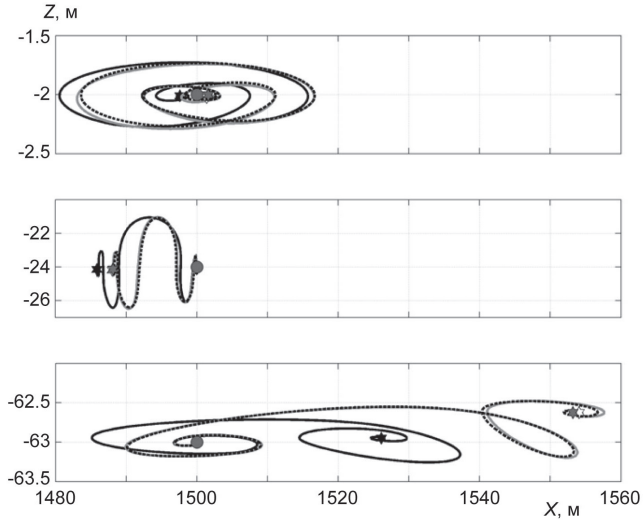

Рис. 4. Траектории жидких частиц на разных горизонтах для бризера с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при $t_0 = 0$. Черные сплошные линии и черные звездочки в конечной точке — решение задачи (1) для линейного приближения; серые линии и белые звездочки — решение слабонелинейной задачи; черные пунктиры и серые звездочки — решение слабонелинейной слабодисперсионной задачи.

с возможностью мгновенного изменения как направления, так и модуля полной скорости, в сочетании с нелинейностью исходной задачи (1) приводит к необходимости вычисления траекторий жидких частиц с очень хорошим разрешением по времени, что обуславливает сложность получения решения в полнонелинейной задаче при численном интегрировании исходных уравнений гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости.

Для исследования влияния нелинейных и дисперсионных поправок на расстояние переноса частиц, задача (1) решалась для трех видов волновых полей:

– линейное приближение: поле смещений определяется только первым слагаемым в формуле (10), поля компонент скоростей состоят только из линейных компонент u_{lin} и w_{lin};

– слабонелинейное приближение по модовой функции (характерное для модели Гарднера): поле смещений определяется суммой линейного слагаемого и первой нелинейной поправки к нему в формуле (10), поля компонент скоростей также определяются суммой линейных и нелинейных компонент u_{lin} и u_n, w_{lin} и w_n;

– слабонелинейное слабодисперсионное приближение: учитываются все слагаемые в выражениях (10)—(12).

На рис. 4 представлены траектории жидких частиц, расположенных вблизи дна и поверхности, а также в верхнем пикноклине вблизи максимума линейной моды, полученные с учетом трех рассматриваемых приближений для анализируемого локализованного волнового пакета. Из рис. 4 можно видеть, что в рамках слабонелинейного и слабонелинейного слабодисперсионного приближения

получены практически совпадающие траектории жидких частиц, что свидетельствует о несущественности учета слабодисперсионного приближения при решении настоящей задачи. Расстояния переноса и траектории жидких частиц в линейном приближении заметно отличаются от аналогичных характеристик, полученных при решении слабонелинейной и слабонелинейной слабодисперсионной задач. Вблизи поверхности, несмотря на извилистость траекторий, частицы почти возвращаются на свое место при прохождении бризера внутренней волны (расстояние переноса по горизонтали составляет примерно 2 м для слабонелинейной и слабонелинейной слабодисперсионной модели и −2 м. В пикноклине в рамках всех рассматриваемых моделей происходит смещение частиц в сторону, противоположную направлению распространения волны, примерно на 12—14 м. Максимальное расстояние переноса достигается вблизи дна и составляет порядка 55 м для слабонелинейной и слабонелинейной слабодисперсионной моделей и 25 м для линейной модели.

Поскольку расстояние переноса и вид траекторий частиц зависит от конфигурации волнового пакета, с которым «взаимодействуют» частицы, на рис. 5 представлен график зависимости горизонтальных смещений частиц, отмеченных на схеме 2, в рамках трех подходов в зависимости от параметра t_0. Как видно из рис. 5, решения слабонелинейной и слабонелинейной слабодисперсионной задач при всех значениях параметра t0 расположены близко. Линейная теория в придонном слое существенно недооценивает расстояния переноса (почти в два раза), за исключением случая, когда $t_0 = 0.8\ T_{br}$. Вблизи максимума линейной моды расстояния переноса частиц отличаются несущественно в рамках всех трех подходов, направления переноса также совпадают. В приповерхностном слое расстояния смещений малы, направления смещения различны для линейной модели, слабонелинейной и слабонелинейной слабодисперсионной модели.

На рис. 6 представлено сравнение расстояний вертикального смещения частиц при прохождении бризера внутренней волны с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при изменяющемся параметре t_0/T_{br} в рамках трех рассматриваемых моделей. Из рис. 6 видно, что максимальное вертикальное смещение в придонном слое и верхнем пикноклине составляет всего 0.5 м, а в приповерхностном слое колеблется в пределах нескольких см, что сравнимо с ошибкой вычислинения. Однако размах вертикальных колебаний частиц вблизи уровня верхнего пикноклина, где расположен максимум модовой функции, в поле рассматриваемого бризера внутренней волны может достигать порядка 5 м, как это видно из рис. 4.

На рис. 7 изображены траектории жидких частиц для бризера с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при $t_0 = 0.8\ T_{br}$. Можно видеть несущественное качественное отличие смещений частиц этой конфигурацией волнового пакета от траекторий для этого же бризера при $t_0 = 0$ только в придонном слое.

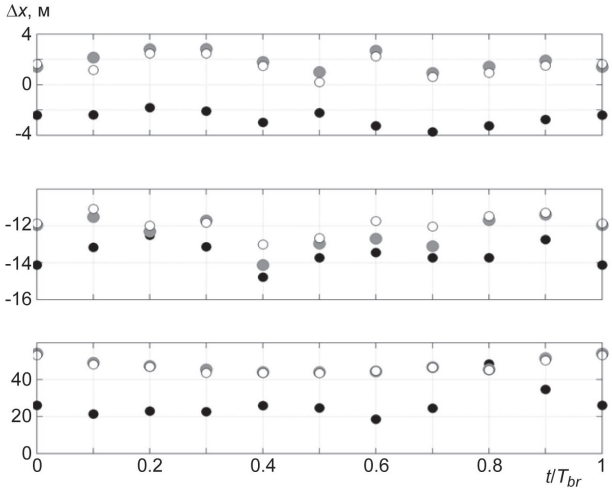

Рис. 5. Расстояние горизонтального переноса жидких частиц для бризера с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при изменяющемся параметре t_0/T_{br}.

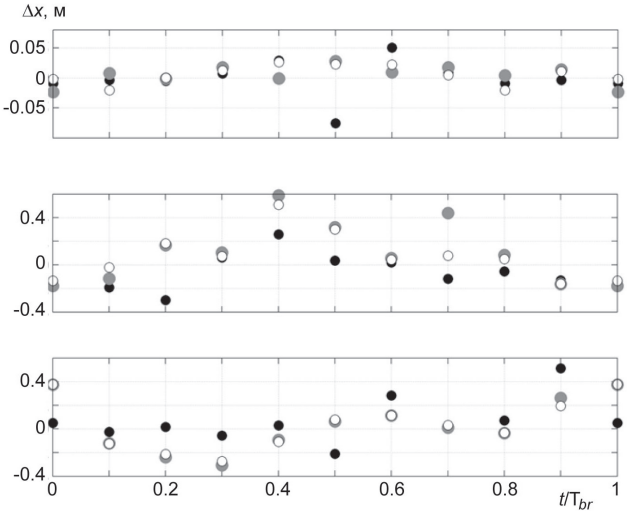

Рис. 6. Расстояние вертикального переноса жидких частиц для бризера с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при изменяющемся параметре t_0/T_{br}.

Черные круги — для линейного приближения, белые круги — решение слабонелинейной задачи, серые круги — решение слабонелинейной слабодисперсионной задачи.

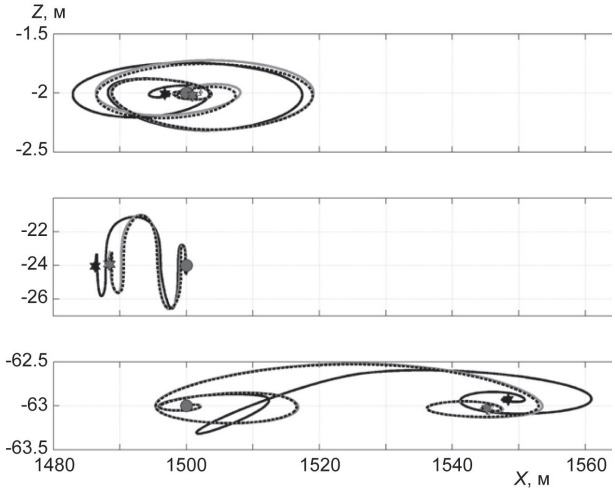

Рис. 7. Траектории жидких частиц для бризера с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при $t_0 = 0.8\ T_{br}$. Обозначения такие же, как для рис. 4.

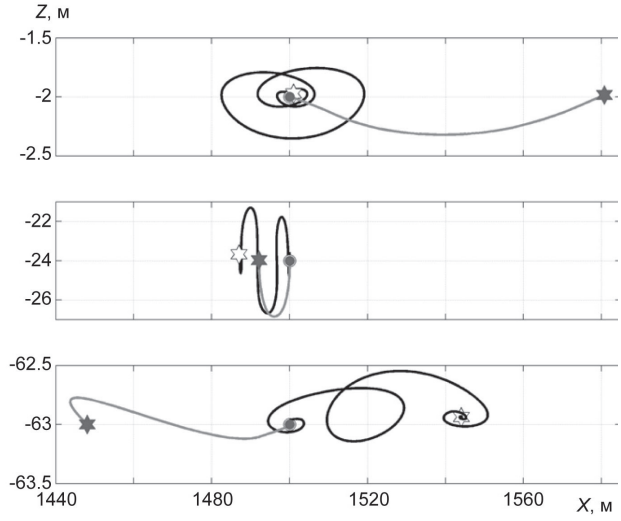

Рис. 8. Траектории жидких частиц для бризера с параметрами $q = 1$, $p = 3$ при $t_0 = 0.5\ T_{br}$ (черные линии и белые звездочки в конечной точке) и солитона отрицательной полярности с амплитудой 3 м (серые линии и серые звездочки в конечной точке).

На рис. 8 представлено сравнение смещения частиц при прохождении слабонелинейного локализованного волнового пакета, исследуемого в настоящей работе, и при прохождении солитона внутренней волны, имеющего в максимуме линейной моды амплитуду, равную амплитуде волнового пакета и составляющую примерно 3 м (амплитуда бризера определялась как полусумма абсолютных значений максимума и минимума смещения в максимуме линейной моды). Для сравнения расстояния переноса была выбрана конфигурация бризера с параметром $t_0 = 0.5T_{br}$, при которой наблюдалось наименьшее горизонтальное смещение частиц в придонном слое. Как видно из рис. 8, вид траекторий существенно различается для уединеной волны и локализованного нелинейного волнового пакета, поскольку существенно отличается структура волновых полей для бризера и солитона. Если для солитона (отрицательной полярности) максимальное расстояние переноса достигается на поверхности жидкости и составляет примерно 80 м, то для бризера максимальное горизонтальное смещение частиц происходит в придонном слое и составляет порядка 55 м. В приповерхностном же слое смещение частиц бризером мало — порядка 1 м, а сама траектория имеет закрученный, фактически замкнутый вид, чем существенно отличается от почти прямолинейной траектории, полученной при прохождении солитона. Вблизи максимума линейной моды обе траектории ведут себя похоже: совпадает направление смещения, достаточно близки величины расстояний переноса, некоторое сходство наблюдается даже в форме траекторий. В придонном слое частицы будут перемещаться бризером и солитоном в противоположных направлениях, но на сравнимые расстояния.

Таким образом, в настоящей работе исследованы особенности переноса жидких частиц при прохождении бризера внутренней волны с выбранными фиксированными параметрами в рамках трех подходов: линейной, слабонелинейной и слабонелинейной слабодисперсионной моделей. Сделан вывод о том, что использование слабонелинейной модели достаточно для определения траекторий жидких частиц, поскольку учет первой дисперсионной поправки почти не влияет на качественные и количественные характеристики смещения частиц. Показано существенное отличие решения задачи о траекториях жидких частиц для двух типов нелинейных волновых движений в стратифицированной жидкости — солитонов и бризеров.

Представленные результаты получены в рамках выполнения государственного задания в сфере научной деятельности (Задание № 2015/133 («организация проведения научных исследований») и Задание № 5.30.2014/К), а также при поддержке гранта РФФИ 15-35-20563.

References

1.*Krauss V.* Internal waves. *Leningrad, Gidrometeoizdat,* 1968. 272 p. (in Russian).
2.*Morozov E. G.* Ocean internal waves. *Moscow, Nauka,* 1985. 151 p. (in Russian).
3.*Sabinin K. D., Konyaev K. V.* Waves inside of the ocean. *SPb., Gidrometeoizdat,* 1992. 272 p. (in Russian).
4.*Bogucki D., Dikky T., Redekopp L. G.* Sediment resuspension and mixing by resonantly generated solitary waves. *J. Phys. Oceanogr.* 1997, 7, 1181—1196.
5.*Mak Kinnan J. A., Gregg M. C.* Mixing on the late-summer new England shelf-solibores, shear and stratification. *Preprint, AGU,* 1999, V. 4. 19 p.
6.*Muller P., Briscoe M.* Diapycnal mixing and internal waves. *Oceanography.* 2000, 13/2, 98—103.
7.*Reeder D. B., Ma B. B., Yang Y. J.* Very large subaqueous sand dunes on the upper continental slope in the South China Sea generated by episodic, shoaling deep-water internal solitary waves. *Marine Geol.* 2011, 279/12, 12—18.
8.*Chakrabarti S.* (Ed.) Handbook of offshore engineering. London, Elsevier, 2005.
9.*Osborne A. R., Burch T. L., Scarlet R. I.* The influence of internal waves on deep-water drilling. *J. Petroleum Technol.* 1978, 30/10, 1497—1504.
10.*Osborne A. R.* Nonlinear ocean waves and the Inverse Scattering Transform. *Elsevier, San Diego,* 2010.
11.*Song Z. J., Teng B., Gou Y.* et al. Comparisons of internal solitary wave and surface wave actions on marine structures and their responses. *Appl. Ocean Res.* 2011, 33, 120—129.
12.*Bogucki D. J., Redekopp L. G.* A Mechanism for sediment resuspension by internal solitary waves. *Geophys. Res. Lett.* 1999, 26, 1317—1320.
13.*Stastna M., Lamb K. G.* Sediment resuspension mechanisms associated with internal wave in coastal waters. *J. Geophys. Res.* 2008, 113, C10016.
14.*Lamb K. G.* Particle transport by nonbreaking, solitary internal waves. *J. Geophys. Res.* 1997, 102/C8, 18641—18660.
15.*Kurkina O. E., Kurkin A. A., Giniyatullin A. R.* About transport of particles at propagation of solitary internal gravity waves. *Proceedings of Academy of Engineering Sciences.* 2011, 92—102. (in Russian).
16.*Clarke S., Grimshaw R., Miller P.* et al. On the generation of solitons and breathers in the Modified Korteweg—de Vries Equation. *Chaos.* 2000, 10, 2, 383—392.
17.*Grimshaw R., Pelinovsky D., Pelinovsky E., Talipova T.* Wave group dynamics in weakly nonlinear long-wave models. *Physica D.* 2001, 159, 1—2, 35—57.
18.*Slyunyaev A. V.* Dynamics of localized waves with large amplitude in a weakly dispersive medium with a quadratic and positive cubic nonlinearity. *JETP.* 2001, 92, 3, 529—534.
19.*Grimshaw R., Pelinovsky E., Talipova T.* et al. Short-living large-amplitude pulses in the nonlinear long-wave models described by the modified Korteweg—de Vries equation. *Studies in Applied Mathematics.* 2005, 114, 2, 189.
20.*Lamb K., Polukhina O., Talipova T.* et al. Breather generation in the fully nonlinear models of a stratified fluid. *Physical Rev. E.* 2007, 75, 4, 046306.
21.*Lee J.-H., Lozovatsky I., Jang S.-T.* et al. Episodes of nonlinear internal waves in the Northern East China Sea. *Geophysical Research Letters.* 2006, 33, L18601.
22.*Toschi F., Bodenschatz E.* Lagrangian properties of particles in turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2009, 41, 1, 375—404.
23.*Pelinovsky E., Polukhina O., Slunyaev A., Talipova T.* Internal solitary waves. In Grimshaw, R. (ed.), Solitary Waves in Fluids. *WIT Press, Southampton, Boston,* 2007. P. 85—110.
24.*Fofonoff N., Millard R. Jr.* Algorithms for computation of fundamental properties of seawater. *UNESCO Technical Papers in Marine Science.* 1983, 44, 15—25.
25.*Teague W. J., Carron M. J., Hogan P. J.* A Comparison between the Generalized Digital Environmental Model and Levitus Climatologies. *J. Geophys. Res.* 1990, 95(C5), 7167—7183.
26.*Boyer T. P., Antonov J. I., Garcia H. E.* et al. World Ocean Database 2005. Ed. by S. Levitus, NOAA Atlas NESDIS 60. *U.S. Government Printing Office, Washington,* D.C. 2006. 190 p.
27.*Pelinovsky D., Grimshaw R.* Structural transformation of eigenvalues for a perturbed algebraic soliton potential. *Phys. Lett. A.* 1997, 229, 165—172.

Статья поступила в редакцию 05.05.2015 г.