УДК 532.5

© *К. К. Семенов*[1,2], *И. С. Нуднер*[1,3], *В. В. Лебедев*[1], *Ю. Н. Захаров*[4], *А. И. Зимин*[4], *С. В. Стуколов*[4]
[1]23 ГМПИ — филиал АО «31 ГПИСС», г. Санкт-Петербург
[2]Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
[3]Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ», г. Санкт-Петербург
[4]Кемеровский государственный университет, г. Кемерово
semenov.k.k@gmail.com

ЛАБОРАТОРНЫЕ И ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОФИЛЯ ВОЛН ЦУНАМИ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ПО РОВНОМ ДНУ

Статья поступила в редакцию 16.05.2017, после доработки 14.08.2017.

В работе представлены результаты изучения характеристик профиля волн цунами, полученных в лабораторных условиях, при распространении над ровным дном. Выполнено исследование зависимости скорости нарастания переднего фронта, характеристик диспергирующего хвоста волны, длительности основного волнового импульса от ее высоты для различных значений глубины. С применением методов математической обработки данных показан преимущественно линейный характер данной зависимости. В работе представлено сравнение профиля волны, зафиксированного в ходе опытных исследований, с результатами численных расчетов, описывающих процесс генерации волны лабораторным волнопродуктором. Вычисления выполнялись с применением математических моделей, основанных на потенциальной теории идеальной несжимаемой жидкости (метод граничных элементов) и на теории вязкой несжимаемой двухкомпонентной жидкости (метод конечных разностей). Полученные результаты могут быть использованы в инженерных расчетах характеристик воздействий волн цунами на гидротехнические сооружения, для апробации численных моделей, описывающих процессы генерации и распространения волн цунами — в том числе в лабораторных условиях. Настоящая статья является продолжением исследований авторского коллектива, направленных на разработку математической модели возникновения и распространения одиночных волн в физическом эксперименте.

Ключевые слова: волны цунами, профиль волны, прикладная гидродинамика.

K. K. Semenov[1,2], *I. S. Nudner*[1,3], *V. V. Lebedev*[1], *Yu. N. Zaharov*[4], *A. I. Zimin*[4], *S. V. Stukolov*[4]
[1]23 State Marine Design Institute — Branch of «31 State Design Institute of Special Construction», St.-Petersburg, Russia
[2]Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St.-Petersburg, Russia
[3]Baltic State Technical University, St.-Petersburg, Russia
[4]Kemerovo State University, Kemerovo, Russia

LABORATORY AND NUMERICAL STUDIES OF TSUNAMI WAVEFORM PROPAGATING OVER A PLANE BED

Received 16.05.2017, in final form 14.08.2017.

This paper presents the results of the studies of tsunami waveform characteristics obtained in laboratory conditions during propagation over a plane bed. The dependences of the rise rate of the leading wave front, the characteristics of the dispersive wave tail, the duration of the main wave impulse on its height for various water depths are investigated. Using the methods of the mathematical data processing, the mainly linear character of these dependences is shown. The paper presents a comparison of the waveform profile recorded during the experimental studies with the results of numerical calculations describing the process of wave generation by a laboratory wavemaker. These calculations were performed using mathematical models based on the potential theory of an ideal incompressible fluid (the method of boundary elements) and on the theory of a viscous incompressible two-component fluid (the method of finite differences). The obtained results can be used in engineering calculations of the characteristics of tsunami wave impacts on hydraulic

Ссылка для цитирования: *Семенов К. К., Нуднер И. С., Лебедев В. В., Захаров Ю. Н., Зимин А. И., Стуколов С. В.* Лабораторные и численные исследования профиля волн цунами, распространяющихся по ровному дну // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2017. Т. 10, № 2. С. 5—15.

For citation: *Semenov K. K., Nudner I. S., Lebedev V. V., Zaharov Yu. N., Zimin A. I., Stukolov S. V.* Laboratory and numerical studies of tsunami waveform propagating over a plane bed. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika.* 2017, 10, 4, 5—15.

DOI: 10.7868/S2073667317040013.

structures, for approbation of numerical models that describe the generation and propagation of tsunami waves, including in the laboratory conditions. This paper continues the research of the authors' team aimed at developing a mathematical model of the origin and propagation of solitary waves in a physical experiment.

Key words: tsunami waves, waveform, applied hydrodynamics.

Волны цунами представляют собой одно из наиболее опасных явлений для морских и береговых гидротехнических сооружений. Их воздействие может вызывать повреждение, а в отдельных случаях — разрушение инженерных конструкций и приводить к значительному ущербу. В связи с этим обстоятельством возможность воздействия волн цунами на гидротехнические сооружения, возводимые в цунами-опасных районах, должна учитываться в проектных решениях. Наличие развитой теории, численных и лабораторных методов изучения процессов возникновения и распространения волн цунами в береговой зоне позволяет обосновать и выбрать их расчетные параметры для проектирования конструкций сооружений, обеспечивающих их надежную и безопасную эксплуатацию.

Подробный обзор по гидродинамике волн цунами приведен в монографии [1]. В настоящее время созданы и широко используются теоретические модели генерации, распространения, трансформации и наката волн цунами на береговую линию [2]. В лабораторных и численных исследованиях волну цунами обычно моделируют в виде уединенной волны [3].

При изучении распространения волн цунами в бухтах и при прогнозировании последствий их воздействия на морские гидротехнические сооружения применяют методы физического и численного моделирования. Надежные и достоверные результаты могут быть получены при корректном воспроизведении профиля и параметров волн цунами, поскольку последствия их воздействия определяются высотой и длиной волны, ее длительностью, крутизной ее переднего фронта и профилем хвостовой части [4—6]. Данная работа представляет результаты исследования характеристик волн цунами, моделируемых при помощи вакуумного волнопродуктора. Полученные результаты могут использоваться в инженерных расчетах воздействий на гидротехнические сооружения.

Настоящая статья является продолжением исследований [7—8], направленных на разработку математической модели возникновения и распространения волн цунами в физическом эксперименте, который является достаточно дорогим методом изучения и апробации проектных решений. В связи с этим целесообразно использовать его для проверки окончательного варианта проектируемой конструкции. Для обоснованного же выбора ее параметров предлагается применять численные методы, так как это сократит объем лабораторных опытов или полностью заменит их расчетом.

В данной работе представлены экспериментальные зависимости скорости нарастания переднего фронта, характеристик диспергирующего хвоста волны, длительности основного волнового импульса от его высоты для различных глубин. Выполнено сравнение с результатами расчетов по двум численным моделям процесса генерации одиночных волн, основанным на потенциальной теории идеальной несжимаемой жидкости (метод граничных элементов) и на модели вязкой несжимаемой двухкомпонентной жидкости (метод конечных разностей).

Лабораторная установка. Экспериментальные исследования профиля волны цунами проводились в гидроволновом лотке, позволяющем изучать процессы распространения и трансформации волн типа цунами по поверхности воды. Размеры лотка составляли: длина — 40 м, ширина — 1.0 м, высота стеклянных стенок — 1.2 м.

В головной части лотка был расположен волнопродуктор [7—8] волн цунами в виде резервуара с щелью, из которого посредством вакуумного насоса откачивался воздух, что обеспечивало его заполнение водой до определенного уровня. Путем срыва вакуума через специальную заслонку производился выпуск из резервуара набранного объема воды с той или иной скоростью, что приводило к возникновению одиночной волны типа цунами, распространяющейся по лотку. Принцип работы вакуумного волнопродуктора представлен на рис. 1.

Дно лотка перед волнопродуктором имело протяженный ровный участок длиной 7 м, достаточной для формирования профиля волны цунами (рис. 2). На расстоянии 6 м от волнопродуктора был расположен ультразвуковой измеритель текущего уровня, обеспечивавший измерения возвышения водной поверхности, о котором подробней сказано ниже.

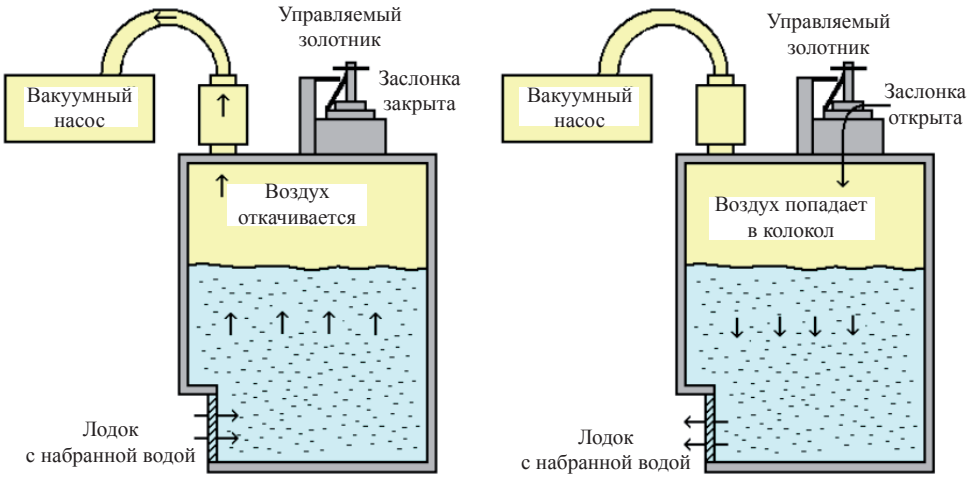

Рис. 1. Схема работы вакуумного волнопродуктора [7].

Fig. 1. Operation scheme of a vacuum wavemaker [7].

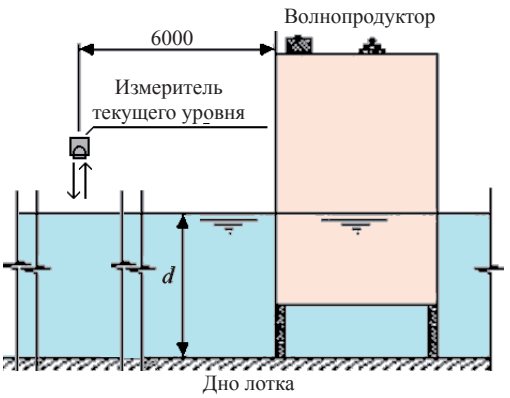

Рис. 2. Схема экспериментальной установки.

Fig. 2. The experimental setup.

Профиль волны цунами и его основные параметры. Пример создаваемых вакуумным волнопродуктором волн цунами, распространяющихся на ровном дне, приведен на рис. 3.

На рис. 3 отмечены основные характеристики волны цунами, определяющие ее профиль. Уровень 1 соответствует отметке z_{min} уровня воды непосредственно перед приходом волны цунами (происходит понижение уровня по сравнению с нулевой отметкой уровня спокойной воды). Высота волны h_w равна возвышению основного пика волны (гребня) над уровнем 1. Уровень 2 соответствует значению ($z_{min} + 0.05h_w$), по которому определяется длительность T_w волны цунами во времени. Такой выбор уровня 2 позволяет отразить в значении T_w действие не только основного волнового импульса, но и части идущего за ним цуга волн меньшей амплитуды. Точка 3 соответствует отметке z_{max} уровня воды в момент прохождения гребня волны.

Точки 4 соответствуют уровням $z_1 = (z_{min} + 0.25h_w)$ и $z_2 = (z_{min} + 0.75h_w)$ и моментам времени t_1 и t_2 и служат опорными точками, по которым определяется средняя скорость нарастания переднего фронта волны цунами $v = \dfrac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1}$. Значения z_1 и z_2 подобраны так, чтобы между ними располагался линейный участок профиля переднего фронта волны цунами. Выбор в качестве z_1 и z_2 значений, более близких соответственно к z_{min} и ($z_{min} + h_w$), привел бы к занижению значения v. Поскольку значение скорости нарастания переднего фронта волны цунами играет важную роль при расчете нагрузок на морские гидротехнические сооружения, это привело бы к недооценке возможных последствий от воздействия волны цунами.

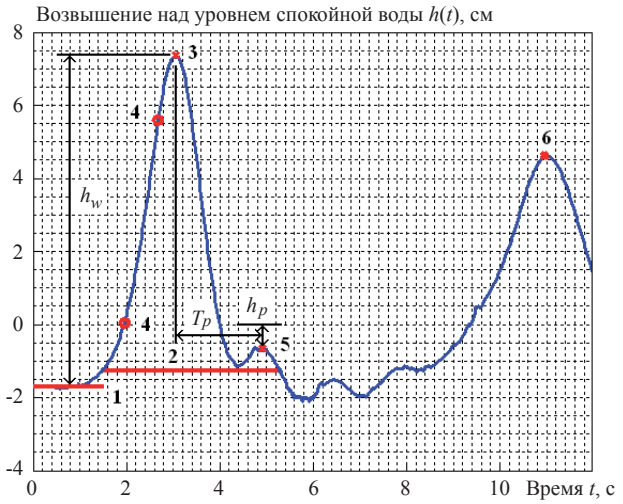

Рис. 3. Профиль волны цунами, создаваемой вакуумным волнопродуктором, на ровном дне.

Fig. 3. The profile of a tsunami wave generated by a vacuum wavemaker on a plane bed.

Точка 5 соответствует второму пику волны цунами, расположенному на ее хвостовом участке. Величина h_p определяет отметку уровня второго пика относительно уровня спокойной воды. Значение T_p определяет длительность промежутка времени между моментами, соответствующими основному пику и второму пику волны. Наконец, точка 6 отражает уровень гребня волны, отраженной от размещенного в лотке препятствия (модели гидротехнического сооружения).

Состав экспериментальных исследований. В ходе выполненных опытных исследований в лотке обеспечивались различные значения d глубины воды, высоты h_w и длительности T_w волны, создаваемой волнопродуктором. Значения данных параметров представлены в табл. 1.

Набор значений глубины d определялся теми испытаниями, что проводились в тот момент в лаборатории, и связан с моделями исследуемых гидротехнических сооружений.

В ходе проведенных экспериментов каждый заданный набор параметров создаваемой волны воспроизводился несколько раз (не менее трех), но в силу естественной вариабельности при генерации действительные параметры волн могли в небольших пределах отличаться от заданных значений.

Результаты лабораторных исследований. Физическое моделирование распространения волн типа цунами и их воздействий на гидротехнические сооружения предполагает выполнение модельных испытаний, обязательно сопровождаемых измерениями физических величин, характеризующих

Таблица 1

Основные параметры волн, созданных в опытных исследованиях

Глубина d, см	Диапазон высот волн h_w, см	Диапазон значений длительности волны T_w, с	Число созданных волн, n
67.6	8.5	3.7	6
74.4	8.0—12.5	3.7—5.0	28
74.9	8.0—9.0	3.0—3.7	8
77.6	8.0—14.5	3.6—4.9	28
81.3	8.0—14.0	4.0—5.0	28
82.5	7.5—12.0	2.6—4.5	73
83.5	8.5—13.5	2.6—4.5	88
85.2	8.5—9.5	2.6—4.1	44
86.7	8.5—9.5	2.8—3.9	33
Всего			**336**

исследуемый водный поток. Полученная в экспериментах информация позволяет оценить значения тех же исследуемых характеристик, но соответствующих уже натурным условиям в случае соблюдения критериев подобия.

Для измерений параметров волн на поверхности воды в гидроволновых лабораториях, как правило, используют уровнемеры контактного принципа действия. Данные измерительные средства основаны на преобразовании текущего уровня в электрический сигнал. Уровнемеры контактного принципа действия зарекомендовали себя как надежные измерительные средства, позволяющие достигать высокой точности при измерении высот волн. Среди лабораторных волномеров контактного принципа действия в основном используют емкостные волномеры [9—11] и волномеры резистивного типа [12].

Вместе с тем, контактный принцип действия, заключающийся в погружении в изучаемую жидкость измерительного преобразователя уровня, не свободен от недостатков. Поверхность измерительного щупа не является абсолютно несмачиваемой, что приводит к искажениям в результатах измерений текущего уровня взволнованной поверхности воды при быстро протекающих волновых процессах: образующаяся водная пленка стекает с поверхности преобразователя медленнее, чем изменяется сам уровень. От данного недостатка свободен бесконтактный принцип действия, заключающийся в удаленном зондировании водной поверхности. Среди волномеров бесконтактного принципа действия при изучении водных потоков используют ультразвуковые волномеры [13, 14] и волномеры на основе оптических методов измерения [12].

Поскольку в данной работе изучались характеристики профиля волн, для измерений использовался бесконтактный ультразвуковой измеритель уровня (рис. 1), не вносящий никаких методических искажений.

В настоящей работе выполнялись измерения текущего отклонения $h(t)$ отметки водной поверхности от уровня спокойной воды в равноотстоящие друг от друга моменты времени. Измерения производились с частотой 50 значений в секунду.

Для метрологического обеспечения используемого средства измерений проводилась его периодическая калибровка, позволявшая подтвердить точностные характеристики. Относительная погрешность γ измерителя текущего уровня не превышала величины $|\gamma| \leq 2\ \% + 2.5\ \% \cdot (30\ \text{см}/h - 1)$, где h (см) — результат измерения текущего уровня.

На рис. 4 представлена зависимость безразмерной скорости нарастания $\nu/\sqrt{g \cdot d}$ переднего фронта волны при ее распространении по ровному дну от безразмерной высоты. Опытные данные указывают на преимущественно линейный характер данной зависимости при значениях h_w/d в диапазоне 0.08—0.18. Для обоснования данного утверждения была применена процедура [15], заключающаяся в последовательной проверке статистических гипотез о согласии степени аппроксимирующего полинома и приближаемых им результатов измерений (начиная от нулевой степени). По итогам выполненных расчетов оказалось, что есть основания считать, что зависимость значений $\nu/\sqrt{g \cdot d}$ от величины h_w/d описывается линейной функцией, а имеющие место отличия от опытных данных могут быть отнесены к случайному разбросу результатов измерений. Процедура [15] была также применена при изучении всех остальных параметров профиля волны цунами.

В ходе экспериментов были зафиксированы значения ν, лежащие в диапазоне 6—15 см/с. Методом наименьших квадратов была получена следующая аппроксимирующая зависимость:

$$\frac{\nu}{\sqrt{g \cdot d}} = p_1 \cdot \frac{h_w}{d} + p_2 ,$$

где коэффициенты p_1 и p_2 равны соответственно (2.965 ± 0.075) и (–0.045 ± 0.009).

Здесь и далее границы возможных значений коэффициентов определены для уровня доверительной вероятности, равного 95 %, с использованием метода [16] определения погрешности результата расчетов, унаследованной от неточных исходных данных. Суть данного метода заключается в оценке искомых значений — например, коэффициентов p_1 и p_2 — с учетом характеристик погрешности результатов измерений $h_{w\,i}$ и ν_i, на основе которых данные значения оцениваются (i = 1, 2, … N, где N = 336 — общее число выполненных измерений). Тогда вместе со значениями p_1 и p_2 могут быть оценены пределы Δp_1 и Δp_2 их абсолютной погрешности значений:

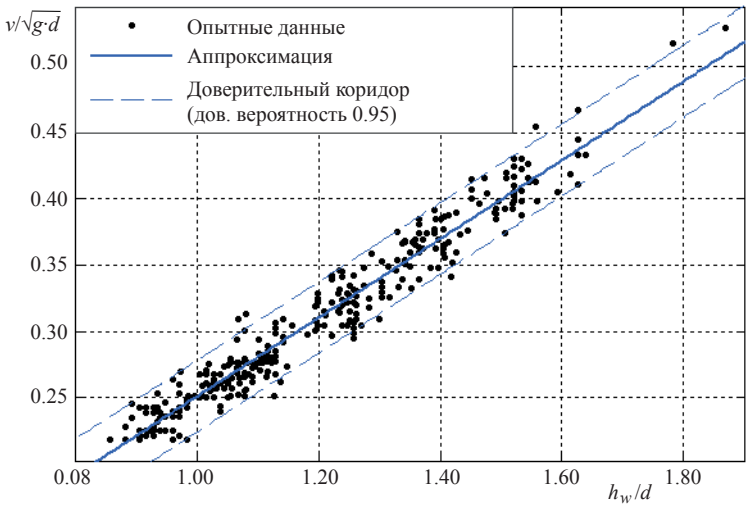

Рис. 4. Изменение скорости нарастания переднего фронта волны при изменении высоты волны и глубины воды.

Fig. 4. Dependence of the rise rate of the laboratory tsunami wave leading front on the wave height and on the water depth.

$$\Delta p_1 = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial p_1}{\partial h_{w\,i}} \right| \cdot \Delta h_{w\,i} + \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial p_1}{\partial \nu_i} \right| \cdot \Delta \nu_i ,$$

$$\Delta p_2 = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial p_2}{\partial h_{w\,i}} \right| \cdot \Delta h_{w\,i} + \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial p_2}{\partial \nu_i} \right| \cdot \Delta \nu_i ,$$

где $\Delta h_{w\,i}$ и $\Delta \nu_i$ — пределы абсолютной погрешности результатов измерения высоты волны $h_{w\,i}$ и скорости нарастания переднего фронта волны; $\partial p_1 / \partial h_{w\,i}$, $\partial p_1 / \partial \nu_i$ и $\partial p_2 / \partial h_{w\,i}$, $\partial p_2 / \partial \nu_i$ — значения частных производных, получаемые в рамках метода [16] автоматически вместе с самими значениями коэффициентов p_1 и p_2.

Анализ приведенных на рис. 4 данных показывает, что значение скорости нарастания переднего фронта волны цунами в инженерных расчетах может быть удовлетворительно оценено через значение высоты волны, поскольку находится с ним в непосредственной зависимости, близкой к пропорциональной: $\frac{\nu}{\sqrt{g \cdot d}} \approx 3 \cdot \frac{h_w}{d}$ - 0.05.

На рис. 5 представлена зависимость относительной отметки h_p второго пика на профиле волны над уровнем, предшествующим приходу волны цунами, от безразмерной высоты волны. Второй пик расположен на заднем фронте волны и отражает ее дисперсионное расщепление при распространении по ровном дну. Значения h_p округлялись до единиц миллиметров и после приводились к безразмерному виду путем деления на глубину d. Методом наименьших квадратов была получена следующая аппроксимирующая зависимость:

$$\frac{h_p}{d} = p_3 \cdot \frac{h_w}{d} + p_4 ,$$

где коэффициенты p_3 и p_4 равны соответственно (0.287 ± 0.017) и (–0.034 ± 0.002). Границы возможных значений коэффициентов определены также для уровня доверительной вероятности, равного 95 %.

Из данных рис. 5 видно, что отметка второго пика волны цунами с ростом высоты основного пика также растет, однако значительно медленнее: при изменении значения h_w/d на 0.01 значение h_p/d возрастает примерно на 0.0025. Это свидетельствует о том, что при значениях h_w/d в диапазоне от 0.08 до 0.18 скорость роста величины h_p/d примерно в четыре раза меньше, чем у величины h_w/d. Данное обстоятельство говорит о том, что относительный вклад хвостовой части волны цунами в оказываемое ею воздействие на морские гидротехнические сооружения с ростом высоты основного волнового импульса уменьшается.

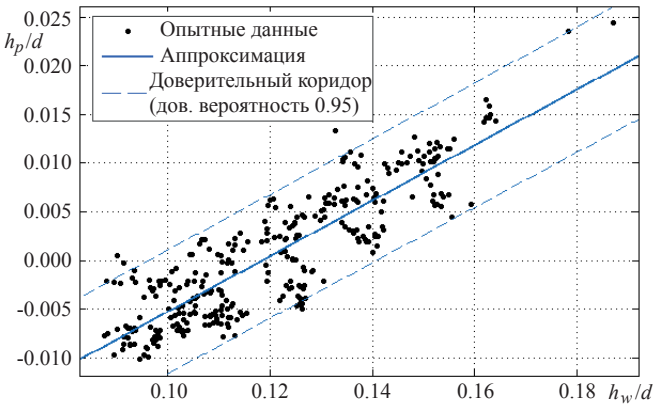

Рис. 5. Изменение отметки второго пика волны цунами при изменении высоты главного пика и глубины воды.

Fig. 5. Dependence of the mark of the tsunami wave second peak on the main wave peak height and on the water depth.

На рис. 6 представлена зависимость длительности T_p промежутка времени между моментом, соответствующим гребню волны, и моментом времени, соответствующим первому пику на ее заднем фронте. Методом наименьших квадратов была получена следующая аппроксимирующая зависимость:

$$\frac{T_p}{\sqrt{d/g}} = p_5 \cdot \frac{h_w}{d} + p_6,$$

где коэффициенты p_5 и p_6 равны соответственно (–0.41 ± 0.15) и (0.665 ± 0.017). Границы возможных значений коэффициентов определены также для уровня доверительной вероятности, равного 95 %. Линейная составляющая зависимости проявляется достаточно слабо, но все же выражена: коэффициент корреляции между значениями $T_p/\sqrt{d/g}$ и h_w/d составляет (–0.31 ± 0.10).

Данные рис. 6 свидетельствуют о том, что профиль хвостовой части волны цунами слабо зависит от ее высоты и определяется, по-видимому, в первую очередь параметрами порождающего ее явления (в случае представляемых экспериментальных исследований — геометрическими размерами волнопродуктора).

Преимущественно линейная зависимость величин, характеризующих профиль волны цунами в рассмотренном промежутке значений h_w/d, позволяет выполнить сравнение результатов численного и физического моделирования при несовпадающих, но близких характеристиках волны цунами: для выполнения количественного сопоставления возможно осуществить пропорциональный пересчет характеристик одной волны к временному и амплитудному масштабам другой волны.

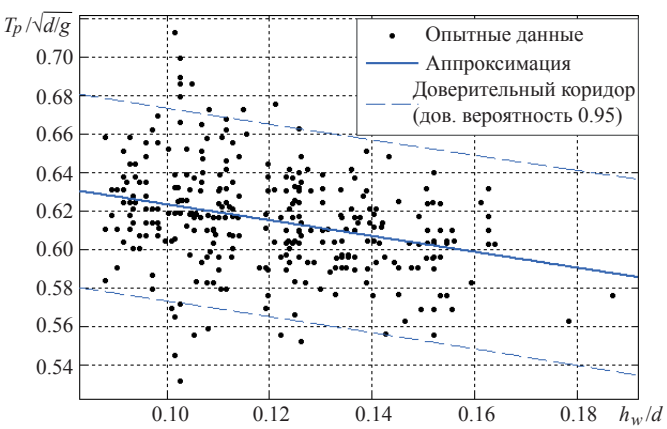

Рис. 6. Зависимость промежутка времени между главным пиком волны цунами и первым пиком на ее заднем фронте от высоты волны и глубины воды.

Fig. 6. Dependence of the time interval duration between the tsunami wave main peak and the first peak on its trailing front on the wave height and on the water depth.

Численные модели. Были выполнены расчеты в рамках двух численных моделей, описывающих процесс генерации одиночных волн. Первый метод основан на потенциальной теории идеальной несжимаемой жидкости. В расчетной области Ω решалось уравнение Лапласа

$$\Delta\varphi = 0$$

относительно потенциала скорости $\varphi(x, z)$, где x и z — соответственно горизонтальная и вертикальная координаты области Ω.

На твердых границах ставилось условие непротекания

$$\partial\varphi/\partial n = 0,$$

где n — нормаль к границе.

На свободной границе выполнялись кинематическое и динамическое условия

$$\frac{dx}{dt} = \nabla\varphi,\ \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2}\left|\nabla\varphi\right|^2 + d = 0,$$

где d — как и прежде, глубина спокойной воды.

В состав области Ω, занятой жидкостью, добавлен и волнопродуктор. Метод описания его работы при численном моделировании подробно изложен в работе [17], целиком посвященной данной задаче. Для описания процесса втекания воздуха через открытую заслонку используется уравнение Бернулли, а давление внутри резервуара волнопродуктора описывается уравнением состояния идеального газа. В начальный момент времени ($t = 0$) граница свободной поверхности воды соответствовала ситуации, когда в резервуар волнопродуктора была набрана вода до заданного уровня.

По данному первоначальному положению свободной поверхности и распределению потенциала на ней отыскивались положение свободной границы, динамические и кинематические характеристики течения в последующие моменты времени.

Численное решение было получено методом граничных элементов. Подробное описание алгоритма метода граничных элементов применительно к решаемой задаче распространения уединенных волн и их взаимодействия с препятствиями представлено в работах [18, 19].

Для описания траекторий частиц свободной поверхности воды применялся метод Лагранжа. Поскольку решаемая задача являлась нестационарной, для ее решения применялся метод Эйлера с автоматическим выбором шага Δt по времени, осуществляемым исходя из условий Куранта, связывающих шаг по времени с шагами по пространству [19]. Выбор значения Δt каждый раз осуществлялся так, чтобы любая частица жидкости за временной шаг не могла переместиться на расстояние, большее заданного, а узлы любого элемента не могли изменять ориентацию относительно друг друга (исключалось самопересечение границы области Ω).

Второй подход основан на модели вязкой несжимаемой двухкомпонентной жидкости. Рассматривалось движение среды, состоящей из двух несжимаемых смешивающихся жидкостей с плотностями ρ_1 и ρ_2, вязкостями μ_1 и μ_2. Одна компонента моделировала поведение воды, а вторая — воздуха. Через $C_1(\bar{x},t)$, $C_2(\bar{x},t)$, обозначены соответственно объемные концентрации компонент в областях с центром в точке $\bar{x}$, имеющей координаты (x, z), через μ и ρ — динамическая вязкость и плотность смеси.

С учетом переменной вязкости и плотности получили следующую систему уравнений для движения смеси двух вязких несжимаемых смешивающихся жидкостей:

$$\begin{cases} \rho\dfrac{d\bar{V}}{\partial t} = -\bar{V}\cdot D\Delta\rho - \nabla p + I + \rho\bar{F}, \\ \nabla\bar{V} = 0, \\ \dfrac{dC_1}{\partial t} = D\Delta C_1, \\ C_2 = 1 - C_1, \\ \mu = \dfrac{\mu_1\mu_2}{\mu_2 C_1 + \mu_1 C_2}, \\ \rho = \rho_1 C_1 + \rho_2 C_2, \end{cases} \tag{1}$$

где $\overline{V}(\overline{x},t)$ — вектор скорости смеси в точке $\overline{x}$ и момент времени t, D — коэффициент диффузии массы в среде, $I = \mu\Delta\overline{V} + (\nabla\mu\cdot\nabla)\overline{V} + (\nabla\mu\cdot J_{\overline{V}})$ — вязкая часть тензора напряжений, $J_{\overline{V}}$ — матрица Якоби, $\overline{F}$ — вектор массовых сил, p — давление в смеси.

Для дискретизации системы (1) по пространственным переменным использовался метод конечных разностей на прямоугольной равномерной сетке с шахматным расположением узлов с контролем устойчивости. Подробный алгоритм решения представлен в работе [20].

Сопоставление результатов численных расчетов с результатами лабораторных исследований. Полученные в ходе экспериментальных работ данные были сравнены с результатами численных расчетов. Для математического моделирования использовались две модели «численного лотка», описанные выше.

Было выполнено сопоставление профиля $h_{\text{num}}(t)$ волны, полученного в результате вычислительного эксперимента, и профиля $h_{\text{exp}}(t)$, полученного усреднением результатов опытов по физическому моделированию. Кривые $h_{\text{num}}(t)$ и $h_{\text{exp}}(t)$ нормировались делением на высоту волны h_w. Было осуществлено приведение профилей к единой оси безразмерного времени: для каждого профиля определялся участок, предшествующий моменту $t_{\max}$ прохождения гребня волны (ее основного пика), затем методом наименьших квадратов оценивался такой сдвиг Δt одной записи волны относительно другой, который обеспечивал бы наименьшее расхождение в переднем фронте волны:

$$\Delta t = \underset{\Delta t}{\operatorname{argmin}} \int\limits_{t<t_{max}} \left(h_{\text{num}}(\tau) - h_{\text{exp}}(\tau+\Delta t)\right)^2 d\tau .$$

Результаты выравнивания профиля представлены на рис. 7. Как видно из рис. 7, профили волн хорошо согласуются друг с другом количественно на участке, соответствующему основному пику волны цунами, и качественно совпадают на участке, соответствующем хвостовой части волны. При этом результаты метода граничных элементов дают лучшие результаты. Действительно, абсолютное расхождение между численным и опытным участками профиля волны, предшествующему основному пику ($t < t_{\max}$)

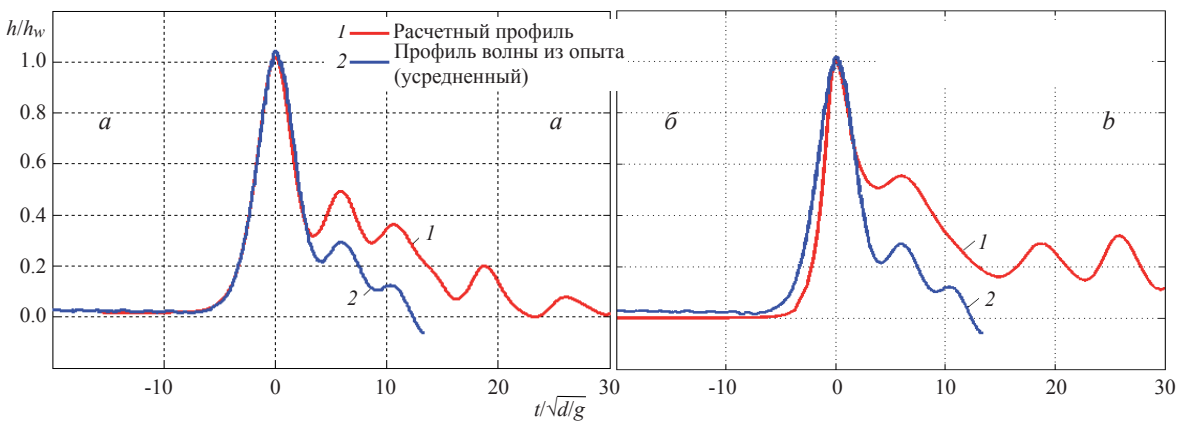

Рис. 7. Сопоставление профиля волны цунами, полученного в результате физического моделирования, и профиля волны цунами, полученного в результате численных расчетов: *а* — метод граничных элементов, *б* — метод конечных разностей.

Fig. 7. Comparison of the tsunami waveform profiles obtained from the physical modeling and from the numerical simulation: *a* — boundary element method, *b* — finite difference method.

Таблица 2

Безразмерные моменты времени, соответствующие пикам волны цунами

Пик	Основной	Второй пик	Третий пик
Численный расчет	0.00	5.94	10.73
Опытные данные	0.00	5.92	10.60

не превышает величины $\gamma = 100\% \cdot \max\limits_{t \langle t_{\max}} \frac{\left| h_{\text{num}}(t) - h_{\exp}(t + \Delta t) \right|}{h_{\max}} = 2.8\%$. Интегральное несоответствие профилей друг другу составляет $\Delta = \int\limits_{t < t_{\max}} \left(h_{\text{num}}(\tau) - h_{\exp}(\tau + \Delta t) \right)^2 d\tau = 0.00105$.

Было выполнено сравнение моментов времени, соответствующих второму и третьему пику волны, расположенным на ее заднем фронте, по профилям, полученным из опыта и численных расчетов (методом граничных элементов). Результаты представлены в табл. 2.

Данные табл. 2 показывают хорошее совпадение между собой. Данное обстоятельство указывает на то, что численная модель качественно воспроизводит профиль волны цунами, создаваемой волнопродуктором, включая ее хвостовую часть.

Вместе с тем участок профиля волны, отражающий задний фронт волны, полученный в результате численных расчетов, согласуется с профилем, наблюденным в опыте, не в полной мере. Действительно, отметки пиков на хвостовой части волны, полученные расчетным образом, равны 0.493 и 0.363, а опытные отметки — соответственно 0.294 и 0.122.

***

Профиль волны цунами оказывает существенное влияние на результаты ее воздействия на морские гидротехнические сооружения. Отсутствие их учета при проектировании и инженерных изысканиях может приводить к недооценке возможных последствий взаимодействия волн с конструкциями.

В данной работе представлены результаты исследований характеристик профиля волн цунами, полученных в лабораторных условиях с использованием вакуумного волнопродуктора и соответствующих гравитационному принципу их возникновения. Выяснено, что в диапазоне значений h_w/d высот волн h_w, отнесенных к глубине d, от 0.08 до 0.18 значения скорости нарастания переднего фронта волны, отметка второго пика на ее хвостовой части, длительность промежутка времени между главным пиком волны и первым пиком на ее заднем фронте зависят от h_w преимущественно линейно. Получены соотношения, приближающие данные зависимости, с указанием характеристик их точности. Выполнено сравнение профиля волны цунами, зарегистрированного в ходе экспериментальных исследований, с профилем волны цунами из численных расчетов, показавшее их удовлетворительное соответствие.

References

1. *Pelinovsky E. N.* Tsunami waves hydrodynamics. *Nizhniy Novgorod, IAF of RAS,* 1996. 276 p. (in Russian).
2. *Shokin Yu. I., Beizel S. A., Fedotova Z. I., Chubarov L. B.* On the using of the numerical modeling methods for the tsunamis applied problems solving. *Proceedings of the International conference «Computational and informational technologies in science, techniques and education». Pavlodar, EKO,* 2006, I, 36—51 (in Russian).
3. *Madsen P. A., Fuhrman D. R., Schaffer H. A.* On the solitary wave paradigm for tsunamis. *Journal of geophysical research.* 2008, 113, C12012.
4. *Goto K., Okada K., Imamura F.* Importance of the Initial Waveform and Coastal Profile for Tsunami Transport of Boulders. *Polish J. of Environ. Stud.* 2009, 18, 1, 53—61.
5. *Masuda K., Ikoma T., Kobayashi A., Uchida M.* Effect of Tsunami Wave Profile on the Response of a Floating Structure in Shallow Sea. *Proceedings of The Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference ISOPE-2003. Honolulu, Hawaii,* 2003, 380—384.
6. *Stefanakis T.* Tsunami amplification phenomena. *Doctoral Thesis. Ecole normale superieure de Cachan, ENS Cachan,* 2013.
7. *Afanasiev K. E., Maximov V. V., Nudner I. S., Semenov K. K., Stukolov S. V.* Numerical modeling of work experimental wave maker solitary waves. *Proceedings of the XI All-Russian conference «Applied technologies of the hydroacoustics and hydrophysics». St.-Petersburg, Nauka,* 2012, 201—203 (in Russian).
8. *Zaharov Yu. N., Zimin A. I., Stukolov S. V., Lebedev V. V., Nudner I. S., Semenov K. K.* Numerical modeling of laboratory vacuum generator of solitary water waves. *Proceedings of the III International conference «Polar mechanics». Vladivostok,* 2016, 954—964 (in Russian).
9. *Chen J., Huang Z., Jiang C., Deng B., Long Y.* Tsunami-induced scour at coastal roadways: a laboratory study. *Natural Hazards,* 2013, 69, 655—674.
10. *Enet F., Grilli S. T., Watts P.* Laboratory Experiments for Tsunami Generated by Underwater Landslides: Comparison with Numerical Modeling. *Proceedings of the Thirteenth International Offshore and Polar Engineering Conference. Honolulu, Hawaii,* 2003, 372—379.
11. *Bolin H., Yueping Y., Xiaoting C., Guangning L., Sichang W., Zhibing J.* Experimental modeling of tsunamis generated by subaerial landslides: two case studies of the Three Gorges Reservoir. *China. Environ Earth Science,* 2013.

12. *Sue L. P., Nokes R. I., Davidson M. J.* Tsunami generation by submarine landslides: comparison of physical and numerical models. Environ. *Fluid Mechanics.* 2011, 11, 133—165.
13. *Ashirov M. N., Semenov K. K.* The studies on the dependence of the ultrasonic wavemeter uncertainty characteristics on the wave period. *Proceedings of the IV International conference «The measurements in the modern world – 2013». St.-Petersburg, Polytechn. University Publishers,* 2013, 118—119 (in Russian).
14. *Moronkeji A.* Physical modeling of tsunami induced sediment transport and scour. *Proceedings of the 2007 Earthquake Engineering Symposium for Young researchers. Seattle, Washington,* 2007, 8—12.
15. *Solopchenko G. N.* Probability theory and mathematical statistics. *St.-Petersburg, Polytech. Univ. Publ.,* 2015. 214 p. (in Russian).
16. *Semenov K. K., Solopchenko G. N.* Combined method of metrological self-tracking of measurement data processing programs. *Measurement Techniques.* 2011, 54, 4, 378—386. doi: 10.1007/s11018-011-9736-6.
17. *Afanasiev K. E., Stukolov S. V.* Numerical simulation of experimental generator of single surface waves. *Bulletin of Kemerovo State University.* 2013, 3, 3 (55), 6—14 (in Russian).
18. *Afanasiev K. E., Berezin E. N.* Analysis of dynamic characteristics in case of interaction of a solitary wave with an obstacle. *Computational Technologies.* 2004, 9, 3, 22—38 (in Russian).
19. *Afanasiev K. E., Samoylova T. I.* The technique of using the method of boundary elements in problems with free boundaries. *Computational technologies.* 1995, 7, 11, 19—37 (in Russian).
20. *Zakharov Y., Zimin A., Ragulin V.* Two-Component Incompressible Fluid Model for Simulating Surface Wave Propagation. *Mathematical Modeling of Technological Processes.* 2015, 549, 201—210.