

УДК 551.463.5:535.36.01:551.466.8

© И. С. Долина, Л. С. Долин

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

dolina@appl.sci-nnov.ru

АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН ПО ЛИДАРНЫМ ЭХО-СИГНАЛАМ

Статья поступила в редакцию 27.03.2018, после доработки 03.08.2018.

Теоретически исследована возможность измерения частотно-угловых спектров модовых составляющих случайного поля пикноклинических внутренних волн малой амплитуды лидарным методом. Предложены алгоритмы восстановления спектров внутренних волн по измеренным спектрам относительных флуктуаций мощности лидарного эхо-сигнала с использованием данных о профилях частоты Вайсяля и первичных гидрооптических характеристик. Показано, что при определенных условиях частотно-угловой спектр флуктуаций мощности эхо-сигнала, приходящего с заданной глубины, представляется в виде суперпозиции частотно-угловых спектров модовых составляющих поля внутренних волн с весовыми множителями, зависящими от профилей первичных гидрооптических характеристик и вертикальной структуры мод. Поэтому спектр одномодового поля внутренних волн может быть определен по флуктуациям эхо-сигнала с одной правильно выбранной глубины, а спектр многомодового поля — по сигналам с нескольких различных глубин, число которых не должно быть меньше числа мод. Приведены формулы для оценки погрешностей определения спектра внутренних волн, обусловленных погрешностью измерения спектра флуктуаций эхо-сигнала, а также погрешностями задания невозмущенного профиля показателя ослабления света и функции, характеризующей вертикальную структуру моды. Процедура восстановления спектров двухмодового поля проиллюстрирована численным экспериментом с использованием реальных гидрологических и гидрооптических данных, полученных в одном из районов Баренцева моря.

Ключевые слова: лидар, первичные гидрооптические характеристики, внутренние волны, спектр внутренних волн.

I. S. Dolina, L. S. Dolin

Institute of applied physics RAS, Nizhny Novgorod, Russia

ALGORITHMS OF DETERMINATION SPECTRAL-ENERGY CHARACTERISTICS OF THE INTERNAL WAVE'S RANDOM FIELD BY LIDAR RETURNED SIGNALS

Received 27.03.2018, in final form 03.08.2018.

The possibility of measuring the frequency-angular spectra of the mode components of random field of small amplitude pycnoclinic internal waves by lidar method is theoretically investigated. Algorithms are proposed for reconstructing the spectra of internal waves from the measured relative power fluctuation spectra of the lidar return signal if the Vaisala frequency and the inherent optical properties profiles are known. It is shown that under certain conditions the frequency-angular spectrum of fluctuations in the power of the return signal arriving from a given depth is represented as a superposition of the frequency-angular spectra of the mode components of the internal wave's field with weight factors that depend on the inherent optical properties profiles and the vertical mode structure. Therefore, the spectrum of a single-mode internal wave's field can be determined from the return signal fluctuations from one properly chosen depth, and the multimode field spectrum from signals from several different depths, the number of which should not be less than the number of modes. Formulas for estimating the errors in the determination of the internal wave's spectrum due to the error in measuring the spectrum of return signal fluctuations, as well as the errors in specifying the unperturbed profile of the light attenuation coefficient and the function characterizing the vertical structure of the mode are presented. The procedure for reconstructing the spectra of the two-mode field is illustrated by a numerical experiment using real hydrological and hydro-optical data obtained in one of the regions of the Barents Sea.

Key words: lidar, inherent optical properties, internal waves, internal waves spectrum.

Ссылка для цитирования: Долина И. С., Долин Л. С. Алгоритмы определения спектрально-энергетических характеристик случайного поля внутренних волн по лидарным эхо-сигналам // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2018. Т. 11, № 3. С. 47—54.

For citation: Dolina I. S., Dolin L. S. Algorithms of determination spectral-energy characteristics of the internal wave's random field by lidar returned signals. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2018, 11, 3, 47—54.

doi: 10.7868/S2073667318030061

Корабельные и самолетные лидары уже давно зарекомендовали себя в качестве эффективного средства наблюдения пикноклинических внутренних волн (ВВ) [1—6]. Однако методика восстановления характеристик ВВ по их лидарным изображениям развита еще недостаточно. В основном она основывается на обработке результатов регистрации вертикальных смещений и изменений формы светорассеивающих слоев под влиянием ВВ и перестает работать, когда эти слои отсутствуют. Между тем, как отмечалось в [2], влияние ВВ на лидарные эхо-сигналы определенным образом проявляется и в отсутствие светорассеивающих слоев, причем оно может наблюдаться даже в водах с однородным показателем рассеяния, если показатель поглощения меняется с глубиной. Методы расчета лидарных изображений ВВ при произвольной стратификации первичных гидрооптических характеристик (ПГХ) описаны в работах [7—10], где приведены также формулы для восстановления поля вертикальных смещений жидкости во внутренней волне по лидарным эхо-сигналам с использованием эмпирических корреляционных связей между различными ПГХ [11] и данных о профиле показателя ослабления света. Настоящая работа посвящена проблеме использования лидара для измерения статистических характеристик случайных полей ВВ. Ее цель заключается в разработке алгоритмов восстановления частотно-углового спектра случайного поля ВВ по флуктуациям эхо-сигнала, возникающим под влиянием ВВ.

Случайное поле внутренних волн. Вертикальные смещения жидкости в случайном поле линейных внутренних волн описываем функцией $\zeta(\mathbf{r}, z, t)$, аргументами которой являются координаты точки пространства в горизонтальной плоскости $\mathbf{r}(x, y)$, глубина z и время t . Эту функцию представляем в виде суммы модовых компонент [12]

$$\zeta(\mathbf{r}, z, t) = \sum_n \zeta_n(\mathbf{r}, z, t), \quad (1)$$

а каждую из компонент — в виде суперпозиции монохроматических ВВ с различными частотами ω , различными направлениями распространения, характеризующимися азимутальным углом φ , и случайными комплексными амплитудами a_n :

$$\zeta_n(\mathbf{r}, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^{2\pi} a_n(\omega, \varphi) f_n(k_n(\omega), z) \exp[i\omega(t - (\mathbf{n}\mathbf{r})/v_n(\omega))] d\varphi. \quad (2)$$

Функция $f_n(k, z)$ описывает вертикальную структуру моды с номером n и волновым числом k [12], $k_n(\omega) = \omega/v_n(\omega)$, $v_n(\omega)$ — фазовая скорость моды, $\mathbf{n} = \cos\varphi \cdot \mathbf{e}_x + \sin\varphi \cdot \mathbf{e}_y$ — единичный вектор направления распространения волны в горизонтальной плоскости, $\mathbf{n}\mathbf{r} = x \cdot \cos\varphi + y \cdot \sin\varphi$, комплексные амплитуды парциальных ВВ удовлетворяют условию $a_n^*(\omega, \varphi) = a_n(-\omega, \varphi)$.

Если поле ВВ статистически однородно в горизонтальной плоскости и стационарно во времени, а его модовые компоненты взаимно некоррелированы, то пространственно-временную корреляционную функцию поля

$$B(\boldsymbol{\rho}, z_1, z_2, \tau) = \langle \zeta(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}/2, z_1, t + \tau/2) \zeta(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}/2, z_2, t - \tau/2) \rangle \quad (3)$$

можно представить в виде суммы корреляционных функций B_n его модовых компонент

$$B = \sum_n B_n, \quad B_n(\boldsymbol{\rho}, z_1, z_2, \tau) = \langle \zeta_n(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}/2, z_1, t + \tau/2) \zeta_n(\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}/2, z_2, t - \tau/2) \rangle \quad (4)$$

и полагать

$$B_n(\boldsymbol{\rho}, z_1, z_2, \tau) = \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{2\pi} S_n(\omega, \varphi) f_n(k_n(\omega), z_1) f_n(k_n(\omega), z_2) \cos[\omega(\tau - (\mathbf{n}\boldsymbol{\rho})/v_n(\omega))] d\varphi \quad (5)$$

где S_n — частотно-угловой энергетический спектр поля ζ_n , связанный с комплексными амплитудами парциальных ВВ соотношением

$$\langle a_n(\omega, \varphi) a_m^*(\omega', \varphi') \rangle = \frac{1}{2} S_n(\omega, \varphi) \delta(\omega - \omega') \delta(\varphi - \varphi') \delta_{nm}$$

(угловые скобки обозначают статистическое осреднение).

Корреляционную функцию B_n можно также представить в виде

$$B_n(\boldsymbol{\rho}, z_1, z_2, \tau) = \int_0^{\infty} k dk \int_0^{2\pi} W_n(k, \varphi) f_n(k, z_1) f_n(k, z_2) \cos[\Omega_n(k)(\tau - k(\mathbf{n}\boldsymbol{\rho}))] d\varphi$$

через пространственный спектр W_n моды поля ВВ, который связан с ее частотно-угловым спектром соотношением

$$W_n(k, \varphi) = \frac{1}{k} \frac{d\Omega_n(k)}{dk} S_n(\Omega_n(k), \varphi),$$

где $\omega = \Omega_n(k)$ — частотная характеристика моды с номером n .

Изменения профилей первичных гидрооптических характеристик под влиянием ВВ. Механизм воздействия ВВ на профили ПГХ мы поясним на примере одной конкретной характеристики — показателя ослабления света. Если элемент жидкости под влиянием ВВ перемещается с горизонта z' в точку с координатами \mathbf{r} , $z = z' + \zeta(\mathbf{r}, z', t)$, сохраняя свои оптические свойства, то распределение показателя ослабления света $c(\mathbf{r}, z, t)$ в водной толще выражается через невозмущенный профиль показателя ослабления $c_0(z)$ с помощью соотношения $c(\mathbf{r}, z, t) = c_0(z')$ и уравнения $z' + \zeta(\mathbf{r}, z', t) = z$, из которого определяется функция $z'(\mathbf{r}, z, t)$ [9, 10]. В том случае, когда амплитуда ВВ мала по сравнению с параметром $\Delta z_n = f_n(df_n/dz)^{-1}$, характеризующим неоднородность профиля мод $f_n(k, z)$, мы можем полагать в последнем уравнении $\zeta(\mathbf{r}, z', t) \approx \zeta(\mathbf{r}, z, t)$ и приближенно записать связь между c и c_0 в виде $c(\mathbf{r}, z, t) \approx c_0(z - \zeta(\mathbf{r}, z, t))$. Именно это соотношение использовалось ранее для построения модели лидарного изображения пикноклиновых ВВ малой амплитуды [9]. В данной работе мы будем также считать, что профиль показателя ослабления $c_0(z)$ не имеет резких изломов, что позволяет воспользоваться приближенным соотношением $c(\mathbf{r}, z, t) \approx c_0(z) - (dc_0/dz) \cdot \zeta(\mathbf{r}, z, t)$ и определять относительные изменения профиля показателя ослабления в поле ВВ с помощью формулы

$$\delta c(\mathbf{r}, z, t) = \frac{c(\mathbf{r}, z, t) - c_0(z)}{c_0(z)} \approx -\frac{1}{c_0} \frac{dc_0}{dz} \cdot \zeta(\mathbf{r}, z, t) = -\frac{d}{dz} \ln c_0(z) \cdot \zeta(\mathbf{r}, z, t), \quad (6)$$

которая применима при условиях $\zeta \ll f_n(df_n/dz)^{-1}$ и $\zeta \ll 2(dc_0/dz)(d^2c_0/dz^2)^{-1}$.

Изменения эхо-сигнала в поле ВВ. При зондировании водной толщи с горизонтально однородными оптическими свойствами мощность эхо-сигнала $P_0(z)$, приходящего с глубины z , не зависит от горизонтальных координат лидача $\mathbf{r}(x, y)$ и времени зондирования t . Искажение профилей первичных гидрооптических характеристик под влиянием ВВ приводит к тому, что мощность эхо-сигнала начинает зависеть от всех указанных переменных. В работах [7, 9] было показано, что в поле пикноклиновых ВВ малой амплитуды относительные изменения эхо-сигнала

$$\delta P(\mathbf{r}, z, t) = (P(\mathbf{r}, z, t) - P_0(z))/P_0(z)$$

достаточно хорошо описываются уравнением

$$\delta P(\mathbf{r}, z, t) = \delta c(\mathbf{r}, z, t) - 0.184 \int_0^z c_0(z') \delta c(\mathbf{r}, z', t) dz'. \quad (7)$$

При выводе этого уравнения показатели поглощения и обратного рассеяния воды выражались через показатель ослабления с помощью эмпирических регрессий Левина—Копелевича [11], а влияние изменений профиля показателя рассеяния «вперед» на величину δP считалось пренебрежимо малым.

Зависимость δP от ζ находится подстановкой (6) в (7):

$$\delta P(\mathbf{r}, z, t) = -\frac{d}{dz} \ln c_0(z) \cdot \zeta(\mathbf{r}, z, t) + 0.184 \int_0^z \frac{dc_0(z')}{dz'} \zeta(\mathbf{r}, z', t) dz'. \quad (8)$$

Первое слагаемое в правой части формулы (8) описывает «отражательное» изображение ВВ, а второе — «тенивое» [9]. Отражательное изображение воспроизводит возмущения профиля показателя обратного рассеяния в поле ВВ. Тенивое изображение связано с возмущением оптической толщины водного слоя, в котором ВВ нарушила горизонтальную однородность оптических характеристик. Эти вариации порождаются в основном возмущениями профиля показателя поглощения.

После подстановки (1), (2) в (8) функцию δP можно представить в виде суммы модовых составляющих

$$\delta P(\mathbf{r}, z, t) = \sum_n \delta P_n(\mathbf{r}, z, t),$$

которые связаны с полем ВВ уравнениями

$$\delta P_n(\mathbf{r}, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^{2\pi} a_n(\omega, \varphi) A_n(\omega, z) \exp[i\omega(t - (\mathbf{nr})/v_n(\omega))] d\varphi, \quad (9)$$

$$A_n(\omega, z) = -\frac{d}{dz} \ln c_0(z) f_n(k_n(\omega), z) + 0.184 \int_0^z \frac{dc_0(z')}{dz'} f_n(k_n(\omega), z') dz'. \quad (10)$$

Связь между корреляционными характеристиками лидарного сигнала и случайного поля ВВ. Сравнение формул (2) и (9) показывает, что выражения для функций $\zeta_n(\mathbf{r}, z, t)$ и $\delta P_n(\mathbf{r}, z, t)$ отличаются только видом множителей (f_n и A_n), определяющих зависимость этих функций от переменной z . Благодаря этому пространственно-временная корреляционная функция флуктуаций мощности эхосигнала

$$B^{(P)}(\rho, z, \tau) = \langle \delta P(\mathbf{r} + \rho/2, z, t + \tau/2) \delta P(\mathbf{r} - \rho/2, z, t - \tau/2) \rangle \quad (11)$$

подобно корреляционной функции поля ВВ (см. формулы (3)—(5)) представляется в виде

$$B^{(P)} = \sum_n B_n^{(P)}, \quad (12)$$

$$B_n^{(P)}(\rho, z, \tau) = \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{2\pi} S_n^{(P)}(\omega, \varphi, z) \cos[\omega(\tau - (\mathbf{n}\rho)/v_n(\omega))] d\varphi \quad (13)$$

через частотно-угловые спектры $S_n^{(P)}$ флуктуаций эхосигнала, порождаемых различными модами поля ВВ, а сами эти спектры выражаются через спектры мод поля ВВ с помощью уравнений

$$S_n^{(P)}(\omega, \varphi, z) = A_n^2(\omega, z) S_n(\omega, \varphi). \quad (14)$$

Функции $B_n^{(P)}$ можно также представить в виде

$$B_n^{(P)}(\rho, z, \tau) = \int_0^{\infty} k dk \int_0^{2\pi} W_n^{(P)}(k, \varphi, z) \cos[\Omega_n(k)(\tau - k \mathbf{n}\rho)] d\varphi$$

через пространственные спектры $W_n^{(P)}$ флуктуаций сигнала, которые связаны с пространственными спектрами мод уравнениями

$$W_n^{(P)}(k, \varphi, z) = A_n^2(k, z) W_n(k, \varphi),$$

$$A_n(k, z) = -\frac{d}{dz} \ln c_0(z) f_n(k, z) + 0.184 \int_0^z \frac{dc_0(z')}{dz'} f_n(k, z') dz'.$$

Определение спектрально-энергетических характеристик ВВ по лидарным сигналам. Как следует из (11)—(13), Фурье-образ пространственно-временной корреляционной функции относительных флуктуаций мощности эхосигнала

$$F(k, \varphi, \omega, z) = (2\pi)^{-3} \iiint_{-\infty}^{\infty} B^{(P)}(\rho, z, \tau) \exp(-i\omega\tau + ik \mathbf{n}\rho) d\tau d\rho$$

связан с модовыми компонентами $S_n^{(P)}$ частотно-углового спектра его флуктуаций соотношениями

$$F(k, \varphi, \omega, z) = (1/2) \sum_n S_n^{(P)}(\omega, \varphi, z) \cdot k_n^{-1}(\omega) \cdot \delta(k - k_n(\omega)) \text{ при } \omega > 0,$$

$$F(k, \varphi, -\omega, z) = F(k, \varphi + \pi, \omega, z),$$

которые могут быть использованы для определения функций $S_n^{(P)}$ и $k_n(\omega)$ по корреляционным функциям $B^{(P)}$ сигналов с одного или нескольких горизонтов (z), количество которых не должно быть меньше числа мод, образующих поле ВВ. Частотно-угловые спектры мод $S_n(\omega, \varphi)$ можно выразить через спектры флуктуаций сигнала $S_n^{(P)}$ с помощью соотношений (14), если известны функции (10). Следует, однако, заметить, что непосредственное измерение функции $B^{(P)}(\rho, z, \tau)$ представляет собой технически сложную задачу, которая должна решаться путем синхронной регистрации эхосигналов, получаемых с помощью двух лидаров при их различном взаимном расположении (такой метод зондирования можно назвать лидарной интерферометрией).

При использовании одного лидара характер получаемой информации будет зависеть от режима его перемещения в горизонтальной плоскости.

Как показывают формулы (12)—(14), при работе с неподвижной платформы измерение автокорреляционной функции $B^{(P)}(0, z, \tau)$ флуктуаций мощности эхо-сигнала с глубины z , позволяет определить спектр его временных флуктуаций

$$S^{(P)}(\omega, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} B^{(P)}(0, z, \tau) \cos(\omega\tau) d\omega,$$

который связан со спектрами S_n мод ВВ уравнениями

$$S^{(P)}(\omega, z) = \sum_n A_n^2(\omega, z) \bar{S}_n(\omega), \quad \bar{S}_n(\omega) = \int_0^{2\pi} S_n(\omega, \varphi) d\varphi. \quad (15)$$

Таким образом, результаты зондирования водной толщи с неподвижной платформы могут быть использованы только для определения временных спектров ВВ — интеграла от модовых спектров S_n по углу φ , характеризующему направление распространения парциальной ВВ. Временной спектр одно-модового поля определяется по измеренному спектру флуктуаций сигнала с заданной глубины z по формуле

$$\bar{S}_n(\omega) = S^{(P)}(\omega, z) A_n^{-2}(\omega, z) \quad (16)$$

с использованием выражения (10). В случае двухмодового поля ВВ для определения его спектров $\bar{S}_{1,2}$ нужно измерить спектры флуктуаций сигналов $S^{(P)}(\omega, z_{1,2})$ с двух различных глубин z_1, z_2 и решить систему уравнений, которые получаются из (15) при замене z на z_1 и z_2 . Решение этой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \bar{S}_1(\omega) &= \frac{S^{(P)}(\omega, z_1) A_2^2(\omega, z_2) - S^{(P)}(\omega, z_2) A_2^2(\omega, z_1)}{\Delta}, \\ \bar{S}_2(\omega) &= \frac{S^{(P)}(\omega, z_2) A_1^2(\omega, z_1) - S^{(P)}(\omega, z_1) A_1^2(\omega, z_2)}{\Delta}, \\ \Delta &= A_1^2(\omega, z_1) A_2^2(\omega, z_2) - A_1^2(\omega, z_2) A_2^2(\omega, z_1). \end{aligned} \quad (17)$$

При горизонтальном перемещении лидара с вектором скорости \mathbf{V} функция автокорреляции $\Gamma(\mathbf{V}, z, \tau)$ относительных флуктуаций мощности эхо-сигнала $\delta P(\mathbf{r}_0 + \mathbf{V}t, z, t)$ будет иметь вид

$$\Gamma(\mathbf{V}, z, \tau) = B^{(P)}(\mathbf{V}\tau, z, \tau),$$

где $B^{(P)}(\mathbf{r}, z, \tau)$ — пространственно-временная корреляционная функция, определяемая формулой (11). Для определения функций $S^{(P)}$ по результатам измерения функций $\Gamma(\mathbf{V}, z, \tau)$ можно использовать методы, подобные тем, которые применяются океанологами при измерениях спектрально-энергетических характеристик случайных полей ВВ буксируемыми корабельными датчиками [12—14].

Численный анализ взаимосвязи между спектрами ВВ и эхо-сигналов. Для моделирования функций $A_n(\omega, z)$, входящих в уравнения (16), (17) были использованы данные о профилях температуры, солености и показателя ослабления $c_0(z)$, полученные в 14 рейсе НИС «Академик Сергей Вавилов» в Баренцевом море [15]. Анализ гидрологических данных показал, что на целом ряде станций (1203, 1124, 1190 и др.) профили частоты Вайсяля хорошо описывались функцией

$$N(z) = N_0 \sec h \frac{z-h}{d},$$

где N_0 это максимальное значение частоты Вайсяля, а параметры d и h характеризуют толщину и глубину залегания пикноклина. Поэтому для описания внутренних волн была использована модель Грена [16], согласно которой вертикальная структура первой и второй мод ВВ и соответствующие им дисперсионные соотношения имеют вид

$$f_1(k, z) = \sec h^{kd} \frac{z-h}{d}, \quad f_2(k, z) = \frac{1}{f(k)} \sec h^{kd} \frac{z-h}{d} \operatorname{th} \frac{z-h}{d},$$

$$f(k) = \frac{1}{\sqrt{1+kd}} \left(\frac{kd}{1+kd} \right)^{\frac{kd}{2}}, \quad \omega = \Omega_n(k) = \frac{N_0 kd}{\sqrt{(kd+n-1)(kd+n)}},$$

где ω — частота волны, k — волновое число, $n = 1, 2$ — номер моды, функции f_n на горизонтах максимума принимают значения $f_1 = 1$, $f_2 = 1$.

Для примера было проведено моделирование коэффициентов $A_1^2(\omega, z)$ и $A_2^2(\omega, z)$ для станции 1190. Профили плотности воды $\sigma(z)$ и показателя ослабления $c_0(z)$, измеренные на этой станции, показаны на рис. 1. Приведенному на рисунке профилю плотности соответствует профиль $N(z)$ с параметрами $d = 6$ м, $h = 41$ м, $N_0 = 2.6 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. Результаты моделирования приведены на рис. 2 в виде профилей, изображающих зависимость коэффициентов A_1^2 и A_2^2 от глубины z и частоты ω . Из сравнения рис. 2, а и б видно, что в характере зависимости коэффициентов A_1^2 и A_2^2 от глубины z хорошо проявилось различие в вертикальной структуре первой и второй мод. Эти коэффициенты были использованы для анализа взаимосвязи между модовыми составляющими дисперсии $d_\zeta = B_n(0, z, 0)$ вертикальных смещений жидкости на глубине z и дисперсии $d_p = B_n^{(P)}(0, z, 0)$ флуктуаций мощности эхо-сигнала, приходящего с этой глубины. Расчет указанных дисперсий проводился по формулам

$$d_\zeta = \int_0^{N_0} f_n^2(\omega, z) \bar{S}_n(\omega) d\omega, \quad d_p = \int_0^{N_0} A_n^2(\omega, z) \bar{S}_n(\omega) d\omega,$$

результаты их расчета для волн со спектром $\bar{S}_n(\omega) = S = \text{const}$ при $0.2N_0 < \omega < N_0$ представлены на рис. 3 (а, б).

Как показали расчеты, для первой моды ВВ среднеквадратичные значения δP и ζ в максимуме d_p связаны соотношением $\sqrt{d_p} \approx 0.1 \sqrt{d_\zeta} \text{ м}^{-1}$, согласно которому при среднеквадратичной высоте волны 2 м среднеквадратичное значение относительных флуктуаций мощности эхо-сигнала, возникающих под влиянием ВВ, должно иметь величину порядка 0.2. Для второй моды эта величина примерно в два раза меньше. Из рис. 3 видно, что в рассматриваемом случае для отдельного определения спектров первой и второй мод целесообразно обрабатывать сигналы, приходящие с горизонтов нуля и максимума второй моды.

Из уравнений (10), (16) следует, что погрешность ($\Delta \bar{S}_n$) определения спектра ВВ лидарным методом будет зависеть не только от погрешности ($\Delta S^{(P)}$) измерения спектра флуктуаций эхо-сигнала, но также и от погрешностей (Δc_0 , Δf_n) задания невозмущенного профиля показателя ослабления света и функции, характеризующей вертикальную структуру моды. Обозначим относительные погрешности задания и определения указанных выше величин символами $\delta \bar{S}_n = \Delta \bar{S}_n / \bar{S}_n$, $\delta S^{(P)} = \Delta S^{(P)} / S^{(P)}$,

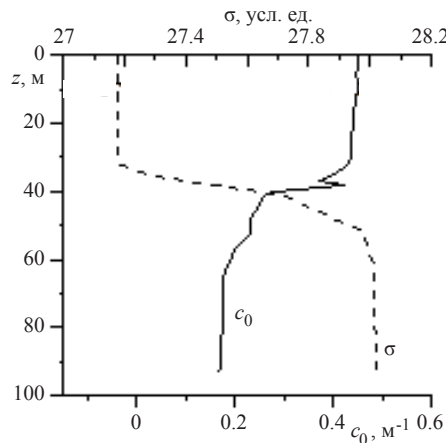


Рис. 1. Профили плотности воды σ и показателя ослабления c_0 на станции 1190.

Fig. 1. Profiles of the water density σ and the attenuation coefficient c_0 at station 1190.

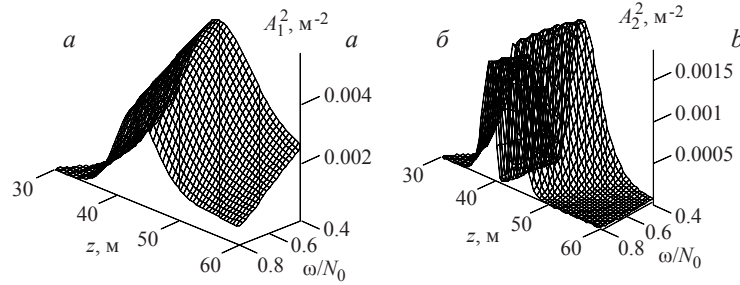


Рис. 2. Зависимость функций A_n^2 от ω и z для первой (а) и второй (б) мод на станции 1190.

Fig. 2. Dependence of the functions A_n^2 on ω and z for the first (a) and the second (b) modes at station 1190.

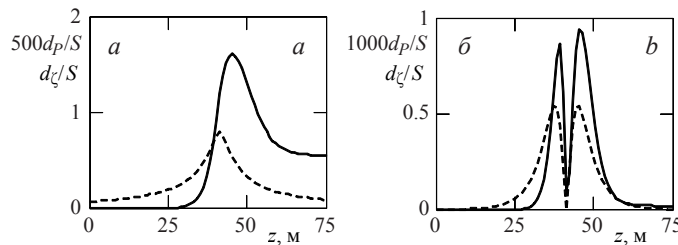


Рис. 3. Зависимость дисперсий флуктуаций мощности эхо-сигнала (сплошная линия) и вертикальных смещений жидкости (штриховая линия) от глубины для первой (а) и второй (б) мод.

Fig. 3. Dependence of the variances of fluctuations of the return signal power (solid line) and vertical displacements of the fluid (dashed line) on the depth for first (a) and the second (b) modes.

$\Delta f_n = \Delta f_n / f_n$, $\delta c_0 = \Delta c_0 / c_0$. Тогда, пренебрегая в (10) вторым слагаемым (описывающим «теневое» изображение ВВ), и полагая, что погрешность задания профиля показателя ослабления описывается гауссовой корреляционной функцией

$$B_c(\zeta) = \langle \Delta c_0(z + \zeta/2) \Delta c_0(z - \zeta/2) \rangle = \langle (\Delta c_0)^2 \rangle \exp(-\zeta^2 / l^2),$$

для среднего квадрата относительной ошибки определения спектра ВВ получим формулу

$$\langle (\delta \bar{S}_n)^2 \rangle = \langle (\delta S_n^{(P)})^2 \rangle + 4 \langle (\delta f_n)^2 \rangle + 4 \langle (\Delta c_0)^2 \rangle [c_0^{-2} + 2l^{-2} (dc_0/dz)^{-2}],$$

которая позволяет сформулировать требования к точности измерения спектра флуктуаций эхо-сигнала и точности задания функций $f_n(\omega, z)$ и $c_0(z)$ для определения спектра ВВ с требуемой точностью.

Подводя итоги проведенного исследования, отметим следующее:

— флуктуации мощности лидарного эхо-сигнала, возникающие под влиянием случайного поля внутренних волн (ВВ), могут быть использованы в качестве источника информации о спектрально-энергетических характеристиках ВВ;

— при определенных условиях частотно-угловой спектр флуктуаций мощности эхо-сигнала, приходящего с заданной глубины, представляется в виде суперпозиции частотно-угловых спектров модовых составляющих поля ВВ с весовыми множителями, зависящими от профилей ПГХ и вертикальной структуры мод. Поэтому спектр одномодового поля ВВ может быть определен по флуктуациям эхо-сигнала с одной правильно выбранной глубины, а спектр многомодового поля — по сигналам с нескольких различных глубин, число которых не должно быть меньше числа мод. Сделанные утверждения справедливы при условии, что амплитуда ВВ не превышает характерного масштаба вертикальной неоднородности ПГХ на горизонтах, с которых приходят обрабатываемые сигналы;

— задача непосредственного измерения функции пространственно-временной корреляции флуктуаций лидарного эхо-сигнала может быть решена путем синхронного зондирования водной толщи двумя лидарами при их различном взаимном расположении (метод лидарной интерферометрии). Для восстановления указанной функции по сигналам одиночного корабельного или самолетного лидара можно использовать алгоритмы, подобные тем, которые применяются при контактных измерениях характеристик ВВ буксируемыми корабельными датчиками.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-05-00897), а также в рамках плана НИР ИПФ РАН «0035-2014-0022 Разработка радиофизических методов исследования океана (12.13)».

Литература

1. Walker R. E., Fraser A. B., Mastracci L., Hochheimer B. F. Optical sounding for internal waves on the ocean thermocline // Oceans 82 Conference Record, 20—22 September 1982 (Washington, DC: American Geophysical Union). P. 247—250.
2. Браво-Животовский Д. М., Долин Л. С., Савельев В. А., Фадеев В. В., Щегольков Ю. Б. Оптические методы диагностики океана. Лазерное дистанционное зондирование // Дистанционные методы изучения океана. Горький: ИПФ АН СССР, 1987. С. 84—125.
3. Hoge F. E., Wright C. W., Krabill W. B., Buntzen R. R., Gilbert G. D., Swift R. N., Yungel J. K., Berry R. E. Airborne lidar detection of subsurface oceanic scattering layers // Applied Optics. 1988. V. 27. N 19. P. 3969—3977.
4. Vasilkov P. A., Goldin Y. A., Gureev B. A., Hoge R. F., Swift R. N., Wright C. W. Airborn polarized lidar detection of scattering layers in the ocean // Applied Optics. 2001. V. 40, N 24. P. 4353—4364.
5. Churnside J. H., Ostrovsky L. A. Lidar observation of a strongly nonlinear wave train in the Gulf of Alaska // Int. Journ. of Remote Sensing. 2005. V. 26, N 1. P. 167—177.
6. Churnside J. H., Marchbanks R. D., Lee J. H., Shaw J. A., Weidemann A., Donaghay P. L. Airborne lidar detection and characterization of internal waves in a shallow fjord // J. Appl. Remote Sens. 6(1), 063611 (Dec 05, 2012). doi:10.1117/1.JRS.6.063611.
7. Dolin L. S., Dolina I. S., Savel'ev V. A. The model of lidar images of internal waves // Proc. 4 Intern. Conf. "Current Problems in Optics of Natural Waters" (ONW'2007), N. Novgorod, Russia, 2007, Sept. 11—15, p. 124—128.
8. Dolina I. S., Dolin L. S., Levin I. M., Rodionov A. A., Savel'ev V. A. Inverse problems of lidar sensing of the ocean // "Current Research on Remote Sensing, Laser Probing, and Imagery in Natural Waters". Proceeding of SPIE. 2007. V. 6615, 66150C — 1—10.
9. Долин Л. С., Долина И. С., Савельев В. А. Лидарный метод определения характеристик внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2012. Т. 48, № 4. С. 501—511.
10. Долина И. С., Долин Л. С. Моделирование лидарных изображений нелинейных внутренних волн в мелком море // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2017. Т. 10, № 1. С. 31—36.
11. Левин И. М., Копелевич О. В. Корреляционные связи между первичными гидрооптическими характеристиками в диапазоне 550 нм // Океанология. 2007. Т. 47, № 3. С. 344—348.
12. Миропольский Ю. З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1981.
13. Лайхтман Д. Л., Леонов А. И., Миропольский Ю. З. Об интерпретации измерений статистических характеристик скалярных полей в океане при наличии внутренних гравитационных волн // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1971. Т. 7, № 4. С. 447—454.
14. Лайхтман Д. Л., Леонов А. И., Миропольский Ю. З. Об определении по данным измерений двумерных статистических характеристик скалярного поля в океане при наличии внутренних гравитационных волн // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1971. Т. 7, № 6. С. 638—647.
15. Опыт системных океанологических исследований в Арктике / Под ред. А. Л. Лисицына, М. Е. Виноградова, Е. А. Романкевича. М.: Научный мир, 2001.
16. Госсард Э. Э., Хук У. Х. Волны в атмосфере / Пер. с англ. М.: Мир, 1978.