

УДК 551.465

© А. Г. Лучинин, Л. С. Долин, М. Ю. Кириллин
 Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород
 luch@appl.sci-nnov.ru

О ДИАГНОСТИКЕ ОПТИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ВОДЫ ЛИДАРОМ НА ВОЛНАХ ФОТОННОЙ ПЛОТНОСТИ

Статья поступила в редакцию 29.03.2018, после доработки 11.07.2018.

Предложен метод зондирования макронеоднородностей показателя рассеяния воды с помощью лидара, зондирующий пучок которого модулируется по мощности высокочастотным узкополосным сигналом, а в приемной системе детектируется переменная составляющая сигнала обратного рассеяния на частоте модуляции. Исследована возможность диагностики слоистых рассеивающих структур в воде с помощью такого лидара. Предложена аналитическая модель сигнала обратного рассеяния лидара и сформулированы ограничения ее применимости. Показано, что разрешающая способность лидара по отношению к пространственным неоднородностям показателя рассеяния воды может быть оценена по частотной характеристике сигнала обратного рассеяния. Приведены примеры расчета разрешающей способности и оценен диапазон пространственных масштабов неоднородностей, которые могут быть разрешены лидаром с модулированным зондирующим пучком. Расчет проведен на основе данных о частотных характеристиках сигнала обратного рассеяния, полученных ранее с помощью численного моделирования методом Монте-Карло. Как показывают полученные оценки, предложенный метод открывает возможности диагностики структур неоднородностей с масштабами, ранее недоступными для измерений.

Ключевые слова: подводный лидар, сигнал обратного рассеяния, модулированные пучки.

A. G. Luchinin, L. S. Dolin, M. Yu. Kirillin
 Institute of Applied Physics RAS, Nizhny Novgorod, Russia

ON DIAGNOSTICS OF OPTICAL WATER INHOMOGENEITIES BY LIDAR AT PHOTON-DENSITY WAVES

Received 29.03.2018, in final form 11.07.2018.

A method for probing macro inhomogeneities of the water-scattering coefficient by means of a lidar is proposed, the probing beam of which is modulated in power by a high-frequency narrow-band signal, and the receiver detects the variable component of the backscattering signal at the modulation frequency. The possibility of diagnostics of layered scattering structures in water by means of such a lidar has been investigated. An analytical model of the lidar backscattering signal is proposed and limitations of its applicability are formulated. It is shown that the resolving power of a lidar with respect to the spatial inhomogeneities of the water-scattering coefficient can be estimated from the frequency response of the backscatter signal. Examples of calculation of resolution are given and the range of spatial scales of inhomogeneities that can be resulted by a lidar with a modulated probing beam is estimated. The calculation is based on data on the frequency characteristics of the backscatter signal obtained earlier using numerical Monte Carlo simulations. As the obtained estimates show, the proposed method opens up the possibility of diagnosing inhomogeneities structures with scales previously inaccessible to measurements.

Key words: underwater lidar, backscatter signal, modulated beams.

Ссылка для цитирования: Лучинин А. Г., Долин Л. С., Кириллин М. Ю. О диагностике оптических неоднородностей воды лидаром на волнах фотонной плотности // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2018. Т. 11, № 3. С. 9—16.

For citation: Luchinin A. G., Dolin L. S., Kirillin M. Yu. On diagnostics of optical water inhomogeneities by lidar at photon-density waves. *Fundamentalnaya i Prikladnaya Gidrofizika*. 2018, 11, 3, 9—16.

doi: 10.7868/S2073667318030012

Ранее было показано, что при распространении синусоидально модулированных световых полей в рассеивающих средах могут наблюдаться волновые эффекты, аналогичные хорошо известным в классической теории электромагнитного поля [1—7]. Так, поведение высокочастотной огибающей светового поля в ряде случаев может описываться известными соотношениями теории дифракции и интерференции волн. Поэтому иногда по отношению к огибающей употребляются термины волна модуляции или волна фотонной плотности. Построение приборов для диагностики различных объектов, основанных на использовании пучков подсветки с высокочастотной модуляцией, может оказаться привлекательным с точки зрения получения новой информации о свойствах этих объектов. В работах [6, 7] в рамках приближения однократного рассеяния было показано, что среда с неоднородным показателем рассеяния:

$$b = \bar{b} + \Delta b \cos(\mathbf{kr} + \varphi) \quad (1)$$

действует на волны фотонной плотности как объемная дифракционная решетка, т. е. в угловом распределении высокочастотной огибающей светового поля появляется дополнительный максимум, в направлении, определяемом условием Брэгга. В случае произвольной зависимости $b(\mathbf{r})$ рассеивающий объем эквивалентен совокупности синусоидальных дифракционных решеток с различными пространственными периодами и фазами, для каждой из которых путем подбора модулирующего сигнала можно сформировать свой дифракционный максимум. Этот эффект открывает дополнительные возможности для селективной диагностики макронеоднородностей рассеивающей среды путем выделения пространственных гармоник неоднородностей за счет изменения частоты модуляции пучка подсветки и соответствующей обработки принимаемого сигнала. Однако при зондировании больших объемов среды существенным фактором является многократное рассеяние, которое может снизить эффективность такого метода диагностики. В связи с этим представляет интерес оценка перспективности использования лидаров с модулированными пучками для диагностики макронеоднородностей рассеивающих сред в условиях многократного рассеяния. Решению этой задачи и посвящена настоящая работа.

Постановка задачи и основные формулы. Будем считать, что источник излучения имеет координаты $z = 0$, $\mathbf{r}_\perp = 0$ декартовой системы координат и зондирующий пучок ориентирован вдоль оси z . Приемник также расположен в плоскости $z = 0$, смещен относительно источника на расстоянии r и его диаграмма также ориентирована вдоль оси z . Допустим далее, что мощность излучения модулирована во времени по синусоидальному закону с частотой модуляции f_0 и в приемной системе выделяется соответствующая гармоническая составляющая. Ранее в работе [8], в которой рассматривались временные и частотные особенности сигнала обратного рассеяния (СОР) для однородной среды было показано, что продольная (вдоль трассы зондирования) диффузия фотонов практически не влияет на формирование сигнала обратного рассеяния. Можно допустить, что в случае неоднородной среды эффектом продольной диффузии также можно пренебречь. Это означает, что при зондировании среды с неоднородным вдоль трассы показателем рассеяния модулированным по мощности пучком на входе фотоприемника формируется переменная составляющая СОР, комплексная амплитуда которой может быть представлена в виде:

$$P(\omega_0) = \frac{1}{2} P_0 M \int_0^\infty b_b(z) \eta(z) \exp\left(-\frac{2i\omega_0 z}{c}\right) dz, \quad (2)$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$, P_0 — средняя мощность источника, M — коэффициент модуляции излучаемого светового потока, b_b — показатель обратного рассеяния, $\eta(z)$ — «коэффициент передачи» стационарного сигнала от диффузно отражающей плоскости с единичным альбедо, расположенной на расстоянии z от лидара, c — скорость света в воде. Явное выражение для функции $\eta(z)$ через распределения облученности в поперечном сечении пучка можно найти, например, в [9, 10].

Полный показатель рассеяния и показатель обратного рассеяния представим в виде суммы

$$b = \bar{b} + b_1(z), \quad b_b = \bar{b}_b + b_{b1}(z), \quad (3)$$

где \bar{b} и \bar{b}_b их средние значения, а b_1 и b_{b1} — неоднородные компоненты, удовлетворяющие условиям

$$b_1 \ll \bar{b}, \quad b_{b1} \ll \bar{b}_b. \quad (4)$$

Пользуясь условиями (4), влияние неоднородности рассеивающих свойств среды на величину коэффициента $\eta(z)$ учитывать не будем. Функции $\eta(z)$, $b_b(z)$ и $b_{b1}(z)$ представим через их пространственные спектры $\tilde{\eta}(k)$, $\tilde{b}_b(k)$ и $\tilde{b}_{b1}(k)$:

$$\eta(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{\eta}(k) \exp(ikz) dk, \quad (5)$$

$$b_{b,b1}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{b}_{b,b1}(k) \exp(ikz) dk. \quad (6)$$

В этом случае соотношение (2) после подстановки в него (5, 6) и с учетом (3) можно преобразовать следующим образом:

$$P(\omega_0) = 2\pi P_0 M \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{b}_b(k) \tilde{\eta}\left(\frac{2\omega_0}{c} - k\right) dk. \quad (7)$$

Если в распределении коэффициента b_b аналогично (1) присутствует постоянная составляющая и лишь одна спектральная гармоника с пространственной частотой k_0 и амплитудой \hat{b}_{b1} , то из (7) следует, что комплексная амплитуда СОР на частоте модуляции, определяется соотношением:

$$P(\omega_0) = 2\pi P_0 M \left(\overline{b}_b \tilde{\eta}\left(\frac{2\omega_0}{c}\right) + \hat{b}_{b1}(k_0) \tilde{\eta}\left(\frac{2\omega_0}{c} - k_0\right) \right). \quad (8)$$

Для постоянной во времени составляющей сигнала справедлива формула:

$$P(\omega = 0) = 2\pi P_0 \left(\overline{b}_b \tilde{\eta}(0) + \hat{b}_{b1}(k_0) \tilde{\eta}(k_0) \right). \quad (9)$$

Оставляя в стороне вопрос о фазовых соотношениях между спектральными гармониками коэффициента обратного рассеяния и коэффициента передачи СОР (которые могут быть выбраны подходящим заданием начальной фазы модулирующего сигнала), оценим относительные изменения СОР за счет неоднородностей коэффициента рассеяния. Из (8) и (9) следует, что эти изменения на переменной и постоянной составляющих СОР описываются отношениями:

$$\delta |P(\omega_0)| = \frac{\hat{b}_{b1}(k_0)}{\overline{b}_b} \frac{\left| \tilde{\eta}\left(\frac{2\omega_0}{c} - k_0\right) \right|}{\left| \tilde{\eta}\left(\frac{2\omega_0}{c}\right) \right|}, \quad (10)$$

$$\delta P(\omega = 0) = \frac{\hat{b}_{b1}(k_0)}{\overline{b}_b} \frac{|\tilde{\eta}(k_0)|}{\tilde{\eta}(0)}. \quad (11)$$

С известной долей условности и по аналогии с теорией подводного видения функцию

$$\Phi(k_0) = \frac{\left| \tilde{\eta}\left(\frac{2\omega_0}{c} - k_0\right) \right|}{\left| \tilde{\eta}\left(\frac{2\omega_0}{c}\right) \right|} \quad (12)$$

можно назвать передаточной функцией подводного лидара, коль скоро функция

$$K_0 = \frac{\hat{b}_{b1}(k_0)}{\overline{b}_b}$$

имеет смысл начального контраста в пространственном распределении коэффициента обратного рассеяния воды для спектральной гармоники с пространственной частотой k_0 .

Из (10)—(12) следует, что при частоте модуляции $\omega_0 = k_0 c / 2$ относительные изменения СОР за счет неоднородностей коэффициента рассеяния на переменной и постоянной составляющих связаны простым соотношением:

$$\delta P(\omega_0) = \delta P(\omega = 0) (\Phi(k_0))^2. \quad (13)$$

Выполнив в (12) замену переменных, получим:

$$\Phi(\omega_0) = \frac{\tilde{\eta}(\omega = 0)}{|\tilde{\eta}(\omega_0)|}. \quad (14)$$

Функция Φ характеризует избирательную способность подводного лидара с модулированным пучком подсветки по отношению к пространственным спектральным гармоникам неоднородностей коэффициента рассеяния и, как следует из (14), может быть оценена по частотной характеристике СОР.

Поскольку распределение $b_{b1}(z)$ более корректно считать случайным, представляется целесообразным получить статистическую оценку чувствительности лидара с модулированной подсветкой по отношению к различным масштабам изменения этой функции. Для статистически однородного распределения макронеоднородностей из (7) следует соотношение для дисперсии оценки уровня СОР на частоте модуляции ω_0 :

$$\overline{\Delta P(\omega_0)^2} = (2\pi P_0 M)^2 \int_{-\infty}^{\infty} G(k) \tilde{\eta}^2 \left(\frac{2\omega_0}{c} - k \right) dk, \quad (15)$$

где черта означает статистическое усреднение по ансамблю неоднородностей коэффициента рассеяния, $G(k)$ — спектральная плотность этих неоднородностей:

$$G(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B(\rho) \exp(-ik\rho) d\rho \quad \text{и} \quad B(\rho) = \overline{b_{b1}(z)b_{b1}(z+\rho)} \quad \text{— функция корреляции неоднородностей.}$$

Если допустить, что спектр неоднородностей равномерен в узком интервале пространственных частот $\Delta k = k_2 - k_1$, таким образом, что его можно записать в виде $G(k) = G_0 \Delta k \delta(k - k_0)$, где $k_0 = (k_2 + k_1) / 2$, то соотношение (15) преобразуется к виду

$$\overline{\Delta P(\omega_0)^2} = (2\pi P_0 M)^2 G_0 \Delta k \tilde{\eta}^2 \left(\frac{2\omega_0}{c} - k_0 \right). \quad (16)$$

В свою очередь из (8) и (16) следует, что коэффициент вариации СОР по переменной составляющей на частоте модуляции ω_0

$$\sqrt{\delta P^2(\omega_0)} = \frac{\sqrt{\Delta P^2(\omega_0)}}{P(\omega_0)} \quad (17)$$

определяется формулой:

$$\sqrt{\delta P^2(\omega_0)} = \frac{\sqrt{G_0 \Delta k}}{b_b} \frac{|\tilde{\eta}(0)|}{|\tilde{\eta}(\omega_0)|} = \frac{\sqrt{G_0 \Delta k}}{b_b} |\Phi(\omega_0)| \quad (18)$$

Соотношения (17), (18) аналогично (14) показывает, что чувствительность лидара по отношению к пространственным гармоникам распределения коэффициента обратного рассеяния воды обратно пропорциональна нормированному частотному спектру СОР.

Некоторые оценки. Для того чтобы получить количественные оценки искомых величин, конкретизируем некоторые существенные параметры задачи. Будем считать, что источник и приемник находятся на фиксированном расстоянии r друг от друга в плоскости, перпендикулярной направлению зондирования, зондирование осуществляется узким пучком, радиус приемной апертуры равен 0.1 м и ширина приемной диаграммы 120° . Коэффициенты рассеяния и поглощения воды равны 0.16 1/м и 0.04 1/м соответственно. Импульсные и частотные характеристики СОР, полученные путем статистического моделирования при этом наборе параметров приведены в работе [8]. Воспользовавшись приведенными в этой работе данными, нетрудно получить необходимые частотные зависимости функции $|\Phi(\omega_0)|$. На рис. 1, заимствованном из [8], приведены амплитудно-частотные характеристики СОР $b_b |\tilde{\eta}(f_0)|$ (где $f_0 = \omega_0 / 2\pi$) при различных значениях базы r .

Из этого рисунка видно, что высокочастотный диапазон модуляции пучка подсветки ($f_0 = \omega_0 / 2\pi > 10^9$ Гц) мало пригоден для целей диагностики макронеоднородностей коэффициента рассеяния, поскольку в этом участке спектра формирование СОР в значительной степени определяется

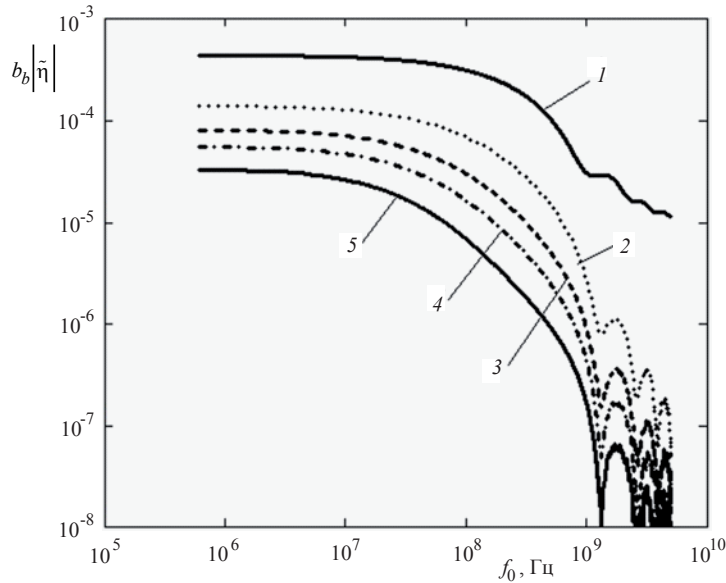


Рис. 1. Зависимость модуля коэффициента передачи СОР $b_b |\tilde{\eta}(f_0)|$ при различных значениях базы. Кривая 1 — $r = 0$; кривая 2 — $r = 0.15$ м; кривая 3 — $r = 0.25$ м; кривая 4 — $r = 0.35$ м; кривая 5 — $r = 0.55$ м. Угловой раcтвор приемной диаграммы $\alpha = 120^\circ$.

Fig. 1. The modulus of the transmission coefficient of backscattering $b_b |\tilde{\eta}(f_0)|$ versus frequency for different values of the base. Curve 1 — $r = 0$; curve 2 — $r = 0.15$ m; curve 3 — $r = 0.25$ m; curve 4 — $r = 0.35$ m; curve 5 — $r = 0.55$ m. The angular width of the receiving diagram is $\alpha = 120^\circ$.

интерференционными эффектами, связанными с взаимным расположением пучка подсветки и приемника. Поэтому, ограничиваясь диапазоном частот $f < 10^9$ Гц, приведем полученные на основе рис. 1 частотные зависимости функции $|\Phi(f_0)|$.

Рис. 2 показывает, как меняется чувствительность лидача по отношению к изменению пространственной частоты k_0 или пространственного периода λ_0 распределения коэффициента обратного рассеяния при сохранении условия Брэгга ($f_0 = c / 2\lambda_0$).

Другой мерой избирательной способности лидача с модулированным пучком может служить зависимость функции передачи контраста при изменении частоты модуляции зондирующего пучка для фиксированной спектральной гармоники коэффициента обратного рассеяния k_0 :

$$\Phi(\omega) = \frac{|\tilde{\eta}(\omega - \omega_0)|}{|\tilde{\eta}(\omega)|}, \quad (19)$$

где $\omega_0 = \frac{k_0 c}{2}$.

Как следует из рис. 2 и 3, рассчитанных на основе (14) и (19), избирательная способность лидача по отношению к пространственным гармоникам коэффициента обратного рассеяния растет по мере увеличения пространственной частоты (уменьшения пространственного периода λ) периодической структуры коэффициента обратного рассеяния. Это увеличение проявляется наиболее заметно при конечных значениях расстояний между источником и приемником r и практически исчезает при $r = 0$. В этом случае СОР формируется исключительно слоем воды, непосредственно прилегающим к лидачу, и характер пространственного распределения неоднородностей фактически не играет никакой роли. При удачном (правильном) сочетании геометрических характеристик лидача можно измерить пространственный спектр неоднородностей в распределении коэффициента обратного рассеяния путем свипирования частоты модулирующего сигнала в нужном диапазоне, ограниченном указанными выше условиями.

Вместе с тем, помимо ограничений, вызванных геометрическими факторами, для прогноза диагностических возможностей лидача необходимо дать стандартную оценку отношения сигнал/шум.

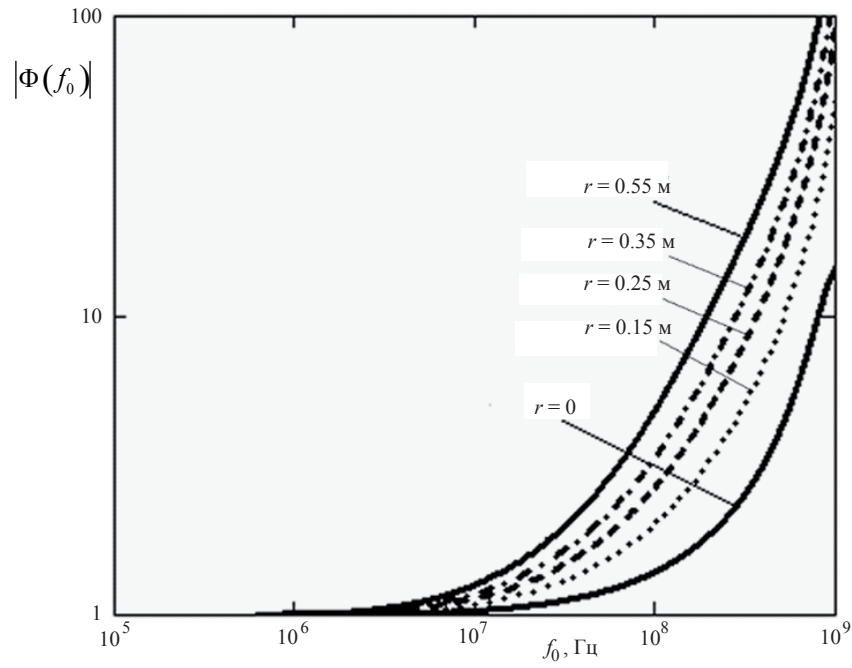


Рис. 2. Передаточная функция лидара с модулированным пучком подсветки в зависимости от частоты модуляции f_0 при тех же, что и на рис. 1, величинах r .

Fig. 2. The transfer function of a lidar with a modulated illumination beam versus the modulation frequency f_0 for the same as in fig. 1, the values of r .

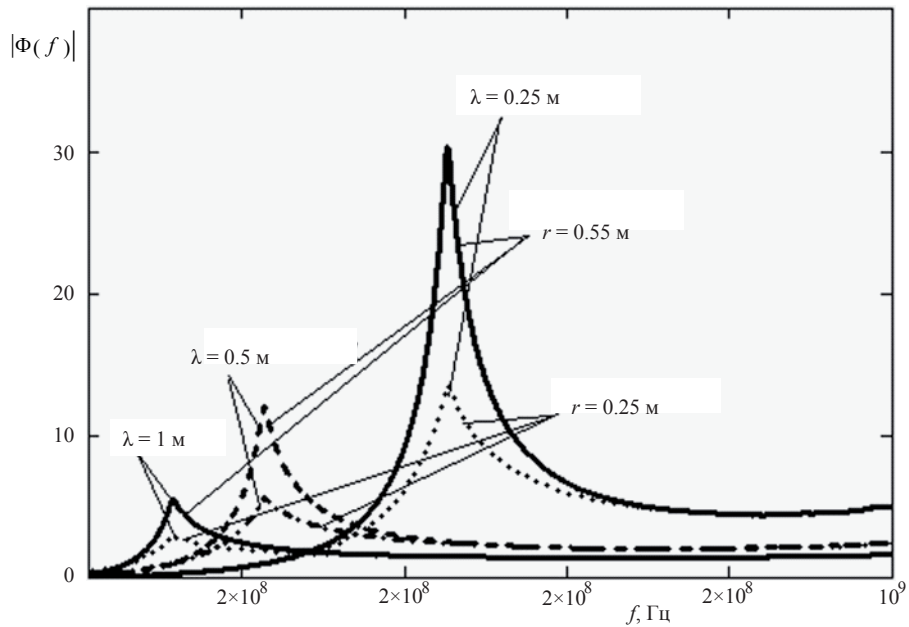


Рис. 3. Функция $\Phi(f)$ при различных значениях $k_0 = 2\pi/\lambda$ и базы r . Максимальные значения $\Phi(f)$ достигаются при частотах модуляции, удовлетворяющих условию Брэгга ($f = 113; 226$ и 451 мГц).

Fig. 3. Function $\Phi(f)$ for different values of $k_0 = 2\pi/\lambda$ and base r . The maximum values of $\Phi(f)$ are achieved at modulation frequencies satisfying the Bragg condition ($f = 113, 226$ and 451 MHz).

Допустим, что основной составляющей шума в приемной системе лидача является дробовой шум. Среднеквадратичная величина дробового тока определяется стандартной формулой:

$$\sqrt{\Delta i_{\text{дд}}^2} = \sqrt{2e\Delta f S_{\lambda} \bar{P}}. \quad (20)$$

В (20) введены следующие обозначения: e — заряд электрона, Δf — полоса приемного тракта, определяемая временем наблюдения, S_{λ} — спектральная чувствительность фотокатода, \bar{P} — средняя за время наблюдения мощность СОР. Полезный сигнал в рассматриваемом случае определяется формулой (12). Поэтому для отношения сигнал/шум δ_{ω} можно записать:

$$\delta_{\omega} = \frac{M \sqrt{G_0 \Delta k} \sqrt{S_{\lambda} P_0} \left| \tilde{\eta} \left(\frac{2\omega_0}{c} - k_0 \right) \right|}{\sqrt{2e\Delta f \bar{b}_b} |\tilde{\eta}(0)|}. \quad (21)$$

На основании (21) можно провести сравнительную оценку отношения сигнал/шум для лидача с модулированной подсветкой и лидача со стационарной подсветкой. При прочих равных условиях получаем:

$$q = \frac{\delta_{\omega=\omega_0}}{\delta_{\omega=0}} = M \frac{\left| \tilde{\eta} \left(\frac{2\omega_0}{c} - k_0 \right) \right|}{|\tilde{\eta}(k_0)|}. \quad (22)$$

Если, как и ранее, считать, что частота модуляции выбрана их условия $\omega_0 = \frac{k_0 c}{2}$, то

$$q = M \Phi(\omega_0). \quad (23)$$

Из соотношений (22), (23) следует, функция $\Phi(\omega_0)$ в известной мере имеет универсальный характер, поскольку характеризует избирательную способность лидача с модулированной подсветкой по отношению к пространственным неоднородностям и относительный выигрыш в отношении сигнал/шум по отношению к лидару со стационарной подсветкой.

Хотя приведенный выше анализ диагностических возможностей лидача с модулированной подсветкой проведен на частном примере лидача с конкретной геометрией пространственно-угловых характеристик и наборе оптических характеристик среды, он позволяет высказать соображения достаточно общего характера. Укажем на основные из них.

1. Частотная характеристика сигнала обратного рассеяния (коэффициент передачи СОР) позволяет оценивать разрешающую способность лидача по отношению к пространственным неоднородностям коэффициента рассеяния.

2. Диапазон разрешаемых пространственных частот неоднородностей коэффициента рассеяния ограничен. Низкие пространственные частоты не могут быть разрешены вследствие значительного затухания зондирующего пучка на нескольких периодах соответствующей пространственной гармоники коэффициента рассеяния. Ограничение сверху связано с интерференционными эффектами на частоте модуляции, обусловленными геометрией лидача. Как показывают оценки, при выбранной геометрии лидача масштабы неоднородностей, которые могут быть разрешены лидаром с модулированным пучком подсветки, находятся в диапазоне 0.1—1 м.

3. Выполненный анализ и приведенные примеры относятся к плоскостойким структурам в распределении коэффициента рассеяния. Однако его применение правомерно и для трехмерных неоднородностей, если масштабы их изменений в направлениях, ортогональных направлению зондирования больше характерной ширины пучка. С этой точки зрения особенно важен ранее описанный эффект обужения пучка по переменной составляющей [4, 5, 9]. Другими словами, приближение плоскостойкой среды по отношению к лидару с модулированной подсветкой справедливо для более широкого класса неоднородностей, чем для лидача со стационарной подсветкой.

4. В силу ряда причин физического и конструктивного характера исследование структуры неоднородностей с масштабами изменения менее метра недоступны для современных средств измерения. В частности, наиболее распространенные погружаемые приборы для измерения коэффициентов ослабления воды должны иметь длину оптического плеча несколько дециметров. Кроме того, исследова-

ние вертикальных распределений гидрооптических характеристик требует зондирования толщи воды погружаемым прибором. Такое зондирование сопровождается неизбежным захватом околоприборной массы воды при погружении и подъеме измерительного прибора и плохо контролируемым изменением глубины за счет низкой точности измерения глубины и погрешности, вносимой качкой надводного носителя. Поэтому изложенный выше метод зондирования может быть полезен для исследования тонкой структуры оптических характеристик воды.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 17-05-00987а).

Литература

1. Лучинин А. Г., Савельев В. А. О распространении синусоидально модулированного светового пучка в рассеивающей среде // Изв. Вузов. Радиофизика. 1969. № 2. С. 256—262.
2. Лучинин А. Г., Савельев В. А. Асимптотика синусоидально модулированного излучения в изотропно рассеивающей среде // Изв. Вузов. Радиофизика. 1970. № 12. С. 1789—1793.
3. Кацев И. Л. О глубинном режиме при распространении в мутной среде синусоидально модулированного пучка света // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1971. № 2. С. 212—218.
4. Лучинин А. Г. Пространственный спектр узкого синусоидально модулированного пучка света в анизотропно рассеивающей среде // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1974. № 12. С. 1312—1317.
5. Гордеев Л. Б., Лучинин А. Г., Щегольков Ю. Б. Экспериментальные исследования структуры узкого синусоидально модулированного пучка света в модельной анизотропно рассеивающей среде // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1975. № 1 С. 86—89.
6. Долин Л. С. О волновых свойствах модулированных потоков энергии // Докл. АН СССР. 1976. Т. 230, № 5. С. 1069—1072.
7. Долин Л. С. О рассеянии синусоидально-модулированного излучения на статистических объектах // Изв АН СССР. 1978. № 10. С. 1025—1033.
8. Luchinin A. G., Kirillin M. Yu., Dolin L. S. Backscatter signal in underwater lidars: temporal and frequency features // Appl. Opt. 2018. V. 57. P. 673—677.
9. Luchinin A. G., Kirillin M. Yu. Temporal and frequency characteristics of a narrow light beam in sea water // Applied Optics. 2016. V. 55. P. 7756—7762.
10. Долин Л. С., Левин И. М. Справочник по теории подводного видения. Ленинград: Гидрометеиздат. 1991. 230 с.
11. Долин Л. С., Савельев В. А. О характеристиках сигнала обратного рассеяния при импульсном облучении мутной среды узким направленным световым пучком // Изв АН СССР. 1971. № 5. С. 505—510.